Baumdiagramme als roter Faden der Schulstochastik

Vorstellung eines baumorientierten Stochastiklehrgangs

STEFAN BARTZ, MECKEL

Zusammenfassung: *Der folgende Artikel möchte einen Stochastiklehrgang vorstellen, dem das Baumdiagramm als durchgängiges Lösungskonzept zu Grunde liegt. Über diesen gemeinsamen roten Faden können die einzelnen Themengebiete besser zueinander in Beziehung gesetzt und voneinander unterschieden werden. Die Gliederung der Schulstochastik wird klarer und überschaubarer. Die Lösungsverfahren können einheitlicher gestaltet werden. Die Schüler erhalten wesentlich mehr Sicherheit beim Lösen stochastischer Probleme. Anhand von 10 Musteraufgaben wird der Lehrgang exemplarisch erläutert.*

Idee

Betrachtet man die Gliederung der Stochastik in Schulbüchern, so ergeben sich ungefähr folgende 10 Hauptthemenbereiche:

1	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten mit Pfadregeln
2	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei Bernoulli-Ketten; Kombinatorik
3	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei bedingten Ereignissen; Bayes'sche Regel
4	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei Markow-Ketten
  5 6 7	Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe verschiedener Verteilungsfunktionen. a) Binomialverteilung b) Hypergeometrische Verteilung c) Normalverteilung
  8 9 10	Lösen von Problemen der beurteilenden Statistik a) Stichprobenumfang bestimmen b) Schätzen von Parametern c) Testen von Hypothesen
	Exkurse und Projekte: Beschreibende Statistik, Simulationen, ...

Tabelle 1

Bei allen Themen geht es hauptsächlich darum, Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen (1-7) oder umgekehrt, bei vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsbereichen zugehörige Variablen- bzw. Parameterintervalle zu ermitteln (8-10).

Zu diesen gesuchten bzw. vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten gehören immer interessierende Ereignisse. Die Grundidee ist nun, bei allen Themengebieten zunächst einmal diese interessierenden Ereignisse und ihre Zerlegungsstruktur mit Hilfe von Baumdiagrammen zu untersuchen. Die dabei gewonnen Erkenntnisse sind für den weiteren Lösevorgang von zentraler Bedeutung. Denn das Zerlegungsdiagramm des Ereignisses zeigt den Schülern, mit welchem Aufgabentyp sie es zu tun haben und welche Zufallsvariable mit welchem Verteilungsmodell und mit welchen Parametern gegebenenfalls verwendet werden kann.

Mit anderen Worten: Hinter den 10 Themengebieten der Schulstochastik stehen jeweils spezifische Ereignisstrukturen, die in Form von spezifischen Baumdiagrammen visualisiert werden können. Nennt man die Themengebiete aus Tabelle 1 nun so um, dass die zugrundeliegenden Ereignisstrukturen besser zum Ausdruck kommen, so ergibt sich folgende neue Tabelle:

I. Vorhersagen von Wkn mit Bäumen	
1. Was tun bei einfachen Bäumen?	→ Pfadregeln
2. Was tun bei Mammutbäumen?	→ Kombinatorik
3. Was tun bei bedingten Bäumen?	→ Bayes
4. Was tun bei unendlichen Bäumen?	→ Markow-Ketten
II. Vorhersagen von Wkn mit Funktionen[1]	
5. Was tun bei binomialen Bäumen?	→ $Bin_{n,\,p}(x)$
6. Was tun bei hypergeom. Bäumen?	→ $Hyp_{n,R,N}(x)$
7. Was tun bei stetigen Knotenwerten?	→ $Nor_{\mu,\sigma}(x)$
III. Umkehrprobleme bei binomialen Bäumen	
8. n gesucht	→ Stichprobenumfang
9. p gesucht	→ Schätzen
10. x gesucht	→ Testen

Tabelle 2

Obwohl Tabelle 2 dieselben 10 Themengebiete wie Tabelle 1 beschreibt, erscheint der gesamte Stochastiklehrgang überschaubarer und einprägsamer:

- Den Schülern kann bereits zu Beginn der Aufbau des gesamten Kurses auf sehr einfache Art und Weise vor Augen geführt werden.
- Sie können die Beziehung der einzelnen Kapitel zueinander deutlich erkennen.
- Die neue Gliederung erweist sich in Anwendungssituationen als ausgesprochen hilfreich.
- Die Hauptkapitel lassen die Leitidee dieses Stochastiklehrgangs *Vorhersagen von Wahrscheinlichkeiten* erkennen. Gleichzeitig wird die Beziehung zur Analysis, bei der es u.a. um das *Vorhersagen von determinierten Vorgängen* geht, aufgezeigt. Mit den Begriffen *Funktionen* und *Umkehrprobleme* kann an bekanntes Vorwissen angeknüpft werden.

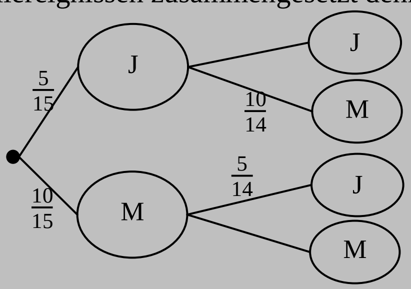
Im Folgenden wird der baumorientierte Stochastiklehrgang durch 10 Musteraufgaben exemplarisch angedeutet. Die Erläuterungen sind sehr knapp gefasst, die Berechnungsverfahren werden nur skizziert. Die Beispiele sollen zeigen, welche Baumtypen bei den einzelnen Themengebieten entstehen und inwiefern diese das weitere Lösungsverfahren bestimmen. Außerdem soll deutlich gemacht werden, dass bei allen 10 Themengebieten ein einheitlicher Lösungsansatz verwendet werden kann. Er besteht immer aus folgenden 3 Schritten:

(1) Genaue Formulierung des interessierenden Ereignisses E, von dem die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll.
(2) Zerlegung des interessierenden Ereignisses in Teilereignisse anhand eines Baumdiagramms.
(3) Bestimmung der Wahrscheinlichkeit der interessierenden Pfade – P(E).

Baumorientierter Stochastiklehrgang

1 Was tun bei einfachen Bäumen?

Ein Tanzkurs besteht aus 10 Mädchen und 5 Jungen. In einem Kasten sind 15 Zettel mit den Namen der Schülerinnen und Schüler. Zwei Zettel werden gleichzeitig gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man dabei zufällig ein Mädchen und einen Jungen?
(1) E: Es wird der Name eines Mädchens und eines Jungens gezogen.
(2) Das interessierende Ereignis E lässt sich aus 2 Teilereignissen zusammengesetzt denken:



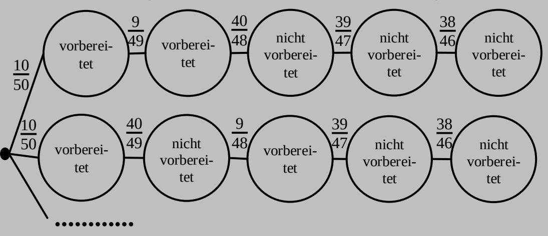
(3) $P(E) = \frac{5}{15}\cdot\frac{10}{14} + \frac{10}{15}\cdot\frac{5}{14} = \frac{20}{21} = 95{,}24\%$

Das interessierende Ereignis E zu formulieren, fällt Schülern relativ leicht – ist im Aufgabentext doch mehr oder weniger deutlich ausgedrückt, von welchem Ereignis E die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll. Bei „mindestens-„ und „höchstens-Ereignissen“ bietet es sich evtl. an, auf das Gegenereignis auszuweichen. Mit dem zweiten Schritt – dem Finden eines geeigneten Baumdiagramms – tun sich einige Schüler zu Beginn schwer. Sie müssen häufiger daran erinnert werden, dass das interessierende Ereignis E stufenweise entlang eines oder mehrerer Pfade und innerhalb eines einzigen Baumes „entstehen“ muss. Die Berechnung von P(E) ist bei einfachen Bäumen dann anhand der Pfadregeln leicht nachvollziehbar.

2 Was tun bei Mammutbäumen?

Ein Lehrer gibt vor einer Prüfung einen Fragenkatalog mit 50 Fragen heraus, von denen dann 5 dem Prüfling vorgelegt werden. Hans bereitet sich auf 10 der Fragen vor. Mit welcher Wk erhält er genau 2 vorbereitete Fragen?

(1) E: Er erhält genau 2 vorbereitete Fragen
(2)

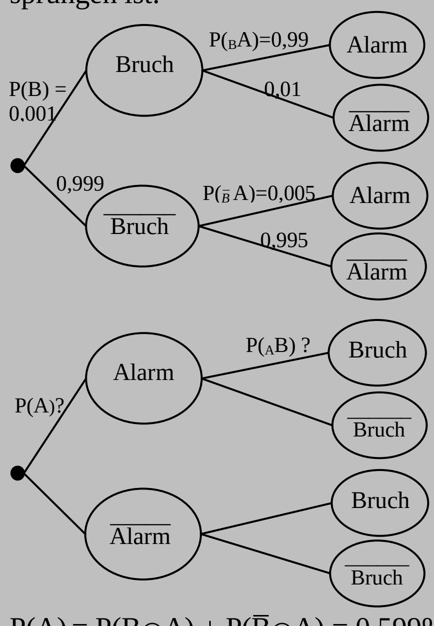


(3) $P(E) = \left(\frac{10}{50}\cdot\frac{9}{49}\cdot\frac{40}{48}\cdot\frac{39}{47}\cdot\frac{38}{46}\right)\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!} = 20{,}98\%$

Bei Mammutbäumen entstehen sehr viele interessierende Pfade im Baumdiagramm. Wenn sie alle die gleiche Pfadwahrscheinlichkeit besitzen, genügt es, einen einzigen dieser Pfade zu zeichnen, dessen Pfadwahrscheinlichkeit zu berechnen und mit der Anzahl der interessierenden Pfade zu multiplizieren. Die Anzahl der interessierenden Pfade erhält man mithilfe von kombinatorischen Überlegungen: für die 5 Knoteneinträge, von denen jeweils 2 bzw. 3 identisch sind, gibt es $\frac{5!}{2!\cdot 3!}$ Anordnungsmöglichkeiten – also 10 interessierende Pfade. Das Themengebiet der Kombinatorik lässt sich so bruchlos in einen baumorientierten Lehrgang integrieren.

3 Was tun bei bedingten Bäumen?

Die Alarmanlage eines Geschäftes gibt bei einem Einbruch mit einer Wk von 99% Alarm. Aber auch ohne Einbruch gibt sie mit einer Wk von 0,5% (falschen) Alarm. Die Einbruchswahrscheinlichkeit in der Nacht betrage 0,1%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass, wenn der Alarm ausgelöst wird, tatsächlich ein Einbruch stattfindet?
(1) E: $_AB$, d.h. es findet ein Einbruch B statt, unter der Bedingung A, dass die Alarmanlage angesprungen ist.
(2)



(3) $P(A) = P(B\cap A) + P(\bar{B}\cap A) = 0{,}599\%$
$P(E) = P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}001\cdot 0{,}99}{0{,}00599} = 16{,}54\%.$

Bei bedingten Bäumen hängt die Knotenwahrscheinlichkeit davon ab, was im vorherigen Knoten passiert; so ist im oberen Diagramm z. B. $P(_B A) \neq P(_{\bar{B}} A)$. Das bedeutet aber auch, dass die Knoten von Baum und Umkehrbaum unterschiedliche Astwahrscheinlichkeiten besitzen, so ist z.B. $P(B) \neq P(_A B)$. Ist dieser Zusammenhang und die damit einhergehende Schreibweise geklärt, gelingt es relativ leicht, die Astwahrscheinlichkeiten des Umkehrbaums aus denen des ursprünglichen mit Hilfe der Pfadregeln zu ermitteln. So lässt sich im Beispiel die Astwahrscheinlichkeit P(A) des zweiten Baumes durch die Addition der Alarm-Pfade des ersten Baumes bestimmen. Die Wahrscheinlichkeit für einen berechtigten Alarm $P(_A B)$ ergibt sich aus dem Anteil von $P(A \cap B)$ bezogen auf P(A).

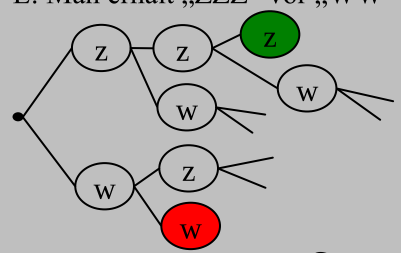
Allerdings kommt es bei bedingten Bäumen – also bei abhängigen Teilereignissen – häufig zu Fehlurteilen. Im ersten Moment unterscheiden die Schüler nicht zwischen $P(_B A)=99\%$ und $P(_A B)=16{,}54\%$. Sie können nicht glauben, dass eine so zuverlässige Alarmanlage nur in 16,54% der Fälle berechtigterweise Alarm gibt und trauen diesem errechneten Wert nicht. Sie sehen nicht, dass sich die 99% nur auf ganz wenige Fälle beziehen. Aus diesem Grund wird bei der Einführung des Themas oft mit sogenannten Häufigkeitsbäumen gearbeitet, bei denen die Knoteneinträge um absolute Häufigkeitsangaben ergänzt werden. Anhand der absoluten Zahlen können die Schüler die tatsächlichen Verhältnisse deutlicher erkennen (vgl. Gigerenzer www.max-wissen.de/Tools/drucken/3859.html)

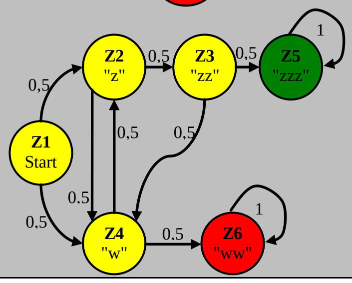
4 Was tun bei unendlichen Bäumen?

Eine Münze wird so lange geworfen, bis das Muster "ZZZ" (Gewinn) oder "WW" (Verlust) eintritt. a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei diesem Spiel zu gewinnen? b) Wie groß ist die mittlere Wartezeit bis zum Spielenden?

(1) E: Man erhält „ZZZ“ vor „WW“

(2)





von						
	0	0	0	0	0	0
	0,5	0	0	0,5	0	0
	0	0,5	0	0	0	0
	0,5	0,5	0,5	0	0	0
Z5	0	0	0,5	0	1	0
Z6	0	0	0	0,5	0	1

M

(3) a) $\overrightarrow{P(E)} = (H-M_t)^{-1} \cdot \overrightarrow{Z5_t} = \begin{pmatrix} 0{,}3 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \\ 0{,}2 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{w(\text{Ende})} = (H-M_t)^{-1} \cdot \vec{1} = \begin{pmatrix} 4{,}2 \\ 3{,}6 \\ 2{,}4 \\ 2{,}8 \end{pmatrix}$ H: Einheitsmatrix

Stochastische Probleme lassen sich an unendlichen Bäumen lösen, wenn diese Bäume – so wie oben – in endliche Zustandsgraphen und damit in Matrizen überführt werden können (Markow-Ketten). Stellt man sich den Zustandsgraph als ein geschlossenes Wasserleitungssystem vor, durch das pro Zeiteinheit unterschiedliche Wassermengen von Knoten zu Knoten gepumpt werden und startet man mit einem Liter Wasser im Startknoten, so kann mithilfe von Excel schnell berechnet werden, nach welcher Zeiteinheit wie viel Wasser (Wahrscheinlichkeit) in welchem Knoten vorhanden ist. Eine Verallgemeinerung des Verfahrens führt unmittelbar zur Matrizenrechnung, die in diesem Zusammenhang anwendungsorientiert eingeführt werden kann. Im Anschluss an diese iterative Lösung kann dann der im Beispiel dargestellte explizite Lösungsweg entwickelt werden.

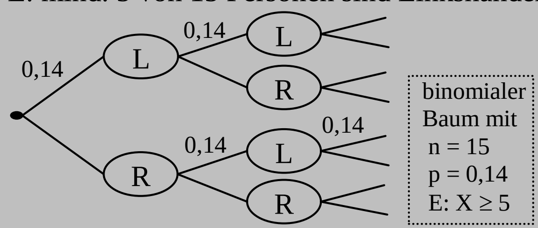
Den Gewinnzustand Z5 erlangt man hier mit 30%iger Wahrscheinlichkeit ab Z1. Befindet man sich bereits in Z2 oder Z3, so erhöht sich die Gewinnwahrscheinlichkeit auf 40% bzw. 60%. Die Wartezeit bis zum Spielende beträgt ab Z1 im Mittel 4,2 Würfe.

5 Was tun bei binomialen Bäumen[1]?

Der Anteil der Linkshänder betrage 14%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 15 Personen mindestens 5 Linkshänder sind?

(1) E: mind. 5 von 15 Personen sind Linkshänder

(2)



(3) $P(E) = P(X \geq 5) = Bin_{15;\,0,14}(X \geq 5)$
$= 1 - Bin_{15;\,0,14}(X \leq 4) = 4{,}78\%$

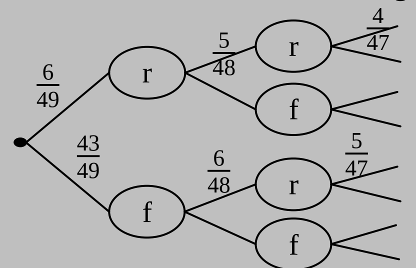
Wenden die Schüler den 3-schrittigen Lösungsansatz bei diesem Aufgabentyp an, stoßen sie auf spezielle Mammutbäume, bei denen jeder Knoten genau 2 Nachfolger mit jeweils geleichbleibender Astwahrscheinlichkeit hat (Bernoulli-Kette). Es müssen nur wenige Stufen des Baumes skizziert werden, um zu erkennen, dass hier das Modell der Binomialverteilung verwendet werden kann. Auch die Zufallsvariable X und die benötigten Parameter ergeben sich anhand der Baumskizze. Damit ist geklärt, dass P(E) mit $Bin_{15;0,14}\,(X \geq 5)$ bestimmt werden kann. Dieser Wert, und auch die Wahrscheinlichkeits- und Parameterwerte der nachfolgenden Musteraufgaben, werden am besten mithilfe der Exceldatei *stochastik.xls* ermittelt. Sie kann die Verteilungstafeln im Schulunterricht ersetzen, erleichtert das Verständnis und steht als Freedownload unter *www.stefanbartz.de* zur Verfügung (vgl. Bartz 2007).

6 Was tun bei hypergeometrischen Bäumen?

Wie groß ist die Wk, beim Lotto höchstens 2 Richtige zu haben?

(1) E: Es werden höchstens 2 Richtige gezogen.

(2)



hypergeometrischer Baum mit
n = 6
N = 49
R = 6;
E: $X \leq 2$

(3) $P(E) = P(X\leq 2) = Hyp_{6;\,6;\,49}(X\leq 2) = 98{,}14\%$

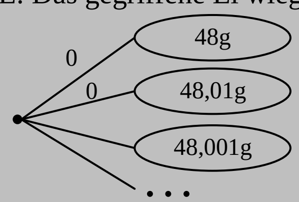
Auch hier genügen wenige Stufen um das Vorliegen eines hypergeometrischen Baumes zu erkennen: jeder Knoten hat 2 Nachfolger, die Treffer- und Nichttreffer-Wahrscheinlichkeiten ändern sich kontinuierlich (Ziehen ohne Zurücklegen). Die Baumskizze liefert den Schülern zuverlässig die zugrunde liegende Verteilung, die Zufallsvariable X sowie die zu wählenden Parameter.

7 Was tun bei stetigen Knoteneinträgen?

Auf einer Hühnerfarm mit sehr vielen Hühnern stellt sich heraus, dass ein Ei im Durchschnitt 50g wiegt (Standardabweichung 5g). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig herausgegriffenes Ei zwischen 48g und 54g wiegt?

(1) E: Das gegriffene Ei wiegt 48g – 54g.

(2)



stetige Knotenwerte
E: $48\leq X \leq 54$

(3) $P(E) = Nor_{50;\,5}(48 \leq X \leq 54)$ |Vermutung
$= Nor_{50;\,5}(X \leq 54) – Nor_{50;\,5}(X \leq 48)$
$= 44{,}35\%$

Beim Versuch, das interessierende Ereignis in Teilereignisse zu zerlegen, erkennt der Lernende, dass als Knotenwerte alle Zwischenwerte angenommen werden können. Das angedeutete Baumdiagramm kann den Schülern zwar zeigen, dass die Zufallsvariable X hier *Gewicht eines Eies* lautet und dass diese stetig ist d.h. unendlich viele Ausprägungen annehmen kann. Die Verteilung der Zufallsvariable lässt sich jedoch nicht mehr anhand des Baums herausfinden. Da sich im obigen Fall die Zufallsvariable X aus sehr vielen Einflüssen wie z.B. Gewicht des Huhns, Alter, Gesundheit, Standort, Vererbung, usw. zusammensetzt, kann nach dem zentralen Grenzwertsatz eine Normalverteilung für X zwar vermutet werden, es besteht jedoch die Notwendigkeit dies nachzuweisen.

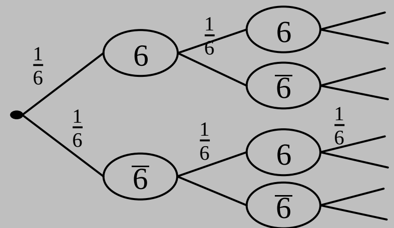
Die Grenzen des baumorientierten Ansatzes werden hier deutlich: Bei stetigen Knotenwerten benötigt man zusätzliche Methoden, um die zugrunde liegende Verteilung aufklären zu können.

8 Umkehrprobleme bei binomialen Bäumen (n gesucht)

Wie oft muss man einen gerechten Würfel mind. werfen, um mit einer Wk von mind. 95% mind. 2-mal eine „6“ zu erhalten?

(1) E: Man erhält mindestens 2-mal eine „6“

(2)



binomialer Baum mit
n = ?
p = 1/6
E: $X \geq 2$

(3)

$$\begin{aligned} & P(X\geq 2) \geq 0{,}95 \\ \Rightarrow\ & Bin_{n;0,167}(X\geq 2) \geq 0{,}95 \\ \Leftrightarrow\ & 1–Bin_{n;0,167}(X\leq 1) \geq 0{,}95 \\ \Leftrightarrow\ & Bin_{n;0,167}(X\leq 1) \leq 0{,}05 \\ \Rightarrow\ & n \in [27;\infty) \end{aligned}$$

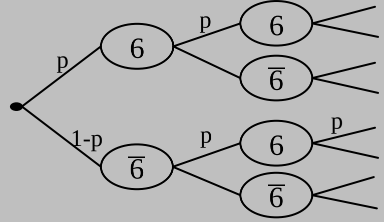
Auch bei Umkehraufgaben kann an dem baumorientierten 3-Schritt festgehalten werden. Wenige Stufen des Baumes erbringen den Nachweis, dass dieses Problem im Modell der Binomialverteilung gelöst werden kann und liefern Zufallsvariable und Parameter. Das bereits oben erwähnte Excelblatt liefert dann direkt die Werte von n.

9 p gesucht (Schätzen)

Man hat keinen Anhaltspunkt, wie groß die Trefferwahrscheinlichkeit p für eine "6" bei einem verbeulten Würfel ist. Deshalb wirft man ihn 50-mal und erhält 32-mal eine "6". Schätze p mit einem 95% Vertrauensintervall.

(1) E: Man erhält 32-mal eine „6“

(2)



binomialer Baum mit
n = 50
p = ?
E: X=32

(3) Annahme: E liegt im 95%igen Hauptstreubereich von $Bin_{50;\,p}(X= x)$

$\Rightarrow$ $0{,}025 \leq Bin_{50;\,p}(X \leq 32) \leq 0{,}975$

$\Rightarrow$ $p \in [0.5123;\, 0.7708]$

Wenn man davon ausgeht, dass das erzielte Stichprobenergebnis innerhalb des Hauptstreubereichs (≥95%) liegt, muss sich p im angegebenen Intervall befinden.

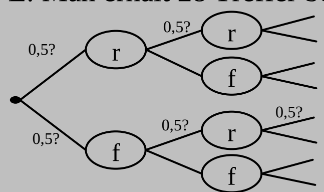
Auf den ersten Blick erscheint diese Aufgabe ähnlich der vorherigen: dort wurde der Parameter n gesucht, hier ist es p. Probleme bereitet hier jedoch die Variable: Wieso betrachtet man $Bin_{50;p}(X \leq 32)$ obwohl das interessierende Ereignis doch $X=32$ lautet? Den Schülern muss deutlich gemacht werden, dass der Wert $Bin_{50;p}(X=32)$ nur die Wahrscheinlichkeit der 32-er Histogrammsäule liefert und nichts darüber aussagt, ob diese 32-er Säule innerhalb des Hauptstreubereichs liegt. Dazu muss der Wert der kumulierten Funktion $Bin_{50;p}(X \leq 32)$ zu Rate gezogen werden. Ist dieser Zusammenhang geklärt, lässt sich p mit dem angesprochenen Excelblatt direkt bestimmen (Andere Lösungsverfahren benötigen dafür einen relativ großen Aufwand; vgl. Bartz 2007.).

10 x gesucht (Testen)

Annika behauptet, dass sie nur am Geschmack erkennt, ob der Tee mit entkalktem oder nicht entkalktem Wasser hergestellt wurde. Bei 44 Versuchen stimmt ihre Angabe in 28 Fällen. Ist damit bestätigt, dass Annika einen sehr sensiblen Geschmackssinn hat (Signifikanzniveau 5%)?

(1) E: Man erhält 28 Treffer bei 44 Versuchen

(2)



binomialer Baum mit n=44; $p_{spek} \neq 0{,}5$
→beidseitiger Test mit $p_0=0{,}5$
E: X=28

(3) Liegt E außerhalb des Hauptstreubereichs von p_0?

$0{,}025 \leq P(X \leq x) \leq 0{,}975$

$\Rightarrow$ $0{,}025 \leq Bin_{44;\,0{,}5}(X \leq x) \leq 0{,}975$

$\Rightarrow$ $x \in [16;\, 27]$

Da das Stichprobenergebnis E außerhalb des Hauptstreubereichs (≥95%) liegt, kann p_0 abgelehnt und somit p_{spek} bestätigt werden; d.h. man kann davon ausgehen, dass Annika nicht nur rät.

Analog zu oben liefert die Baumskizze die Zufallsvariable X, den Nachweis ihrer Binomialverteilung und den Parameter n=44. p_{spek} beschreibt die spektakuläre neue Hypothese, die man verifizieren will, p_0 die ihr entgegenstehende Nullhypothese. Diese kann hier abgelehnt werden, da das Stichprobenergebnis E außerhalb des 95%-igen Hauptstreubereichs der $Bin_{44;\,p0}(X=x)$-Verteilung liegt.

Fazit

Durch das vorgestellte Konzept der Baumorientierung kann die Stochastik den Schülern kompakter, zusammenhängender und überschaubarer präsentiert werden. Die Lösungsverfahren können auf einen gemeinsamen roten Faden zurückgeführt werden. Die Schüler erlangen dadurch mehr Sicherheit beim Lösen von Problemen. Sie können sich die vermittelten Inhalte besser einprägen und so nachhaltiger Kompetenzen aufbauen.

Weitere Verteilungen und Umkehrprobleme können in das Konzept integriert werden; z.B. *Was tun bei multinomialen Bäumen?* und *Umkehrprobleme bei normalverteilten Zufallsvariablen*.

Der Lehrgang ist vereinbar mit bisherigen Gliederungen. Gängige Schulbücher und die darin gestellten Aufgaben können weiterhin verwendet werden. Die Kapitel müssen im Unterricht lediglich umbenannt und die Aufgaben – wie oben gesehen – anhand von Baumdiagrammen gelöst werden.

Der baumorientierte Ansatz stößt bei stetigen Knotenwerten an seine Grenzen. Dort werden zusätzliche Verfahren benötigt, um die zugrunde liegende Verteilung erkennen zu können.

Literatur

Bartz, S. (2007): Excelblatt vereinfacht Stochastik. *Stochastik in der Schule* 27(2), S. 25-29. www.stefanbartz.de /materialien.htm

Anschrift des Verfassers

Stefan Bartz
info@stefanbartz.de

1 Aus didaktischen Gründen werden die Begriffe *Binomialfunktion* für $Bin_{n,p}(X=x)$ und *kumulierte Binomialfunktion* für $Bin_{n,p}(X \leq x)$, statt der für Schüler verwirrenden Begriffe „*Binomialverteilung*" und „*Verteilungsfunktion der Binomialverteilung*" verwendet. Die Schreibweisen knüpfen an die der Analysis an: Funktionsname mit 3 Buchstaben, x als Variablenname und in Klammern, Scharparameter als Index, also $Bin_{n,p}(x)$ analog zu $f_t(x)$ bzw. $\sin(x)$. Entsprechend wird bei den übrigen Verteilungen $Hyp_{n,R,N}(x)$ und $Nor_{\mu,\sigma}(x)$ verfahren.