Nachtrag – Geschwisterproblem

Die unkonkrete Dienstagstochter

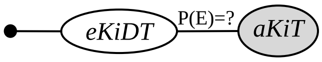
Nach einem Spiegelonline-Artikel vom 29.07.2010 hat der US-Rätselerfinder Gary Foshee folgende Variante des Geschwisterproblems vorgestellt.

Sie wissen, dass Ihr Kollege 2 Kinder hat und dass eines davon eine Tochter ist, die an einem Dienstag geboren wurde. Wie wahrscheinlich ist es, dass das andere Kind auch eine Tochter ist?

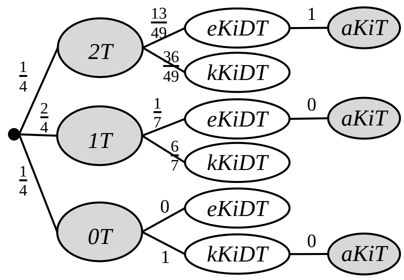
Auch hier möchte man intuitiv die Komplexität des Problems reduzieren und leichtfertig Unabhängigkeit, etwa mit folgender Argumentation, annehmen: "Der Geburtstagswochentag des einen Kindes hat doch keinerlei Einfluss auf das Geschlecht des anderen Kindes. Beide Ereignisse sind unabhängig voneinander. Die Aufgabe ist somit identisch zu der der 'unkonkreten Tochter', die Wahrscheinlichkeit für eine weitere Tochter beträgt weiterhin 1/3". Die Lösung zeigt jedoch, dass dem nicht so ist.

E: anderes Kind ist auch eine Tochter, falls mindestens ein Kind eine Dienstags-Tochter ist

E: aKiT, falls eKiDT



Erweiterter Baum:



$$P(E) = P_{eKiDT}(aKiT) = \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{13}{49}\cdot 1}{\frac{1}{4}\cdot\frac{13}{49}+\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{4}\cdot 0} = \frac{13}{27}.$$

Die Astwahrscheinlichkeit, dass keine der beiden Töchter eine Dienstagstochter ist (*kKiDT*), wird mit *6/7· 6/7 = 36/49* bestimmt.

Da 13/49 fast das Doppelte von 1/7 ist, ist die Gesamtzahl der *2T-Väter mit einer Dienstagstochter* fast so groß, wie die der entsprechenden *1T-Väter*. Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine weitere Tochter mit 13/27 nahezu ½.

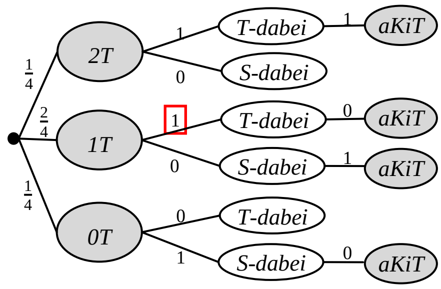
In der obigen Unabhängigkeits-Argumentation werden die falschen Ereignisse betrachtet. Es geht nicht um die Ereignisse *nächstgeborenes-Kind-ist-Tochter* und *vorheriges-war-Dienstagstochter* (diese wären tatsächlich voneinander unabhängig) sonder um die Ereignisse *aKiT* und *mindestens-eines-der-beiden-ist-Dienstagstochter* (*eKiDT*).

Wäre übrigens bekannt gewesen, dass der Kollege *genau eine* Dienstagstochter hat, müsste die obere Astwahrscheinlichkeit von 13/49 auf 12/49 erniedrigt werden, was insgesamt zu P(E) = 12/26 führen würde.

Treffpunkt Mädchengymnasium

Wie ist die ursprüngliche Aufgabe zu lösen, wenn Sie den Kollegen mit der Tochter nicht in der Stadt, sondern beim Aufnahmegespräch eines Mädchengymnasiums treffen?

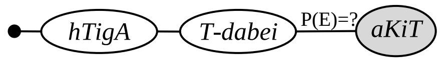
Im Hauptartikel wurde erläutert, wieso ein "Treffpunkt Modenshow" die Wahrscheinlichkeit, dass das andere Kind auch eine Tochter ist, von 1/2 auf 1/3 reduzieren kann. Ein "Treffpunkt Mädchengymnasium" vermag dies seltsamerweise nicht, obwohl man auch hier davon ausgehen muss, dass *alle* 1T-Väter nun in Begleitung ihrer Tochter und nicht in Begleitung ihres Sohnes sind:



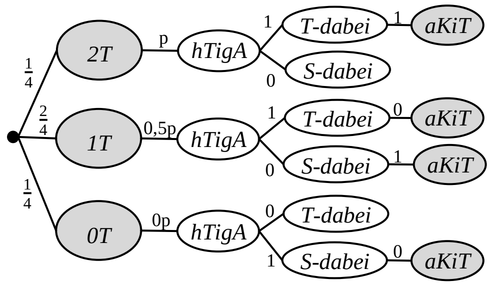
Auch wenn die Astwahrscheinlichkeiten in der 2. Stufe korrekt wiedergegeben sind, beschreibt dieses Diagramm die Verhältnisse der vorliegenden Aufgaben noch nicht vollständig. Es kommen nämlich für den Treffpunkt Mädchengymnasium nur diejenigen Väter in Frage, die eine Tochter im geeigneten Alter haben (*hTigA*). Und die Wahrscheinlichkeit dafür ist bei den *2T-Vätern* etwa doppelt so groß wie bei den *1T-Vätern*. Das interessierende Ereignis muss folglich lauten:

E: anderes Kind ist Tochter, falls ein von einem Kind begleiteter Vater eine Tochter im geeigneten Alter hat und er diese beim Anmeldegespräch am Mädchengymnasium dabei hat.

E: aKiT, falls hTigA und T-dabei



Erweiterter Baum:



$$P(E) = P_{hTigA\cap T\text{-}dabei}(aKiT) = \frac{\frac{1}{4}\cdot p\cdot 1\cdot 1}{\frac{1}{4}\cdot p\cdot 1+\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{2}p\cdot 1+\frac{1}{4}0p\cdot 0} = \frac{1}{2}.$$