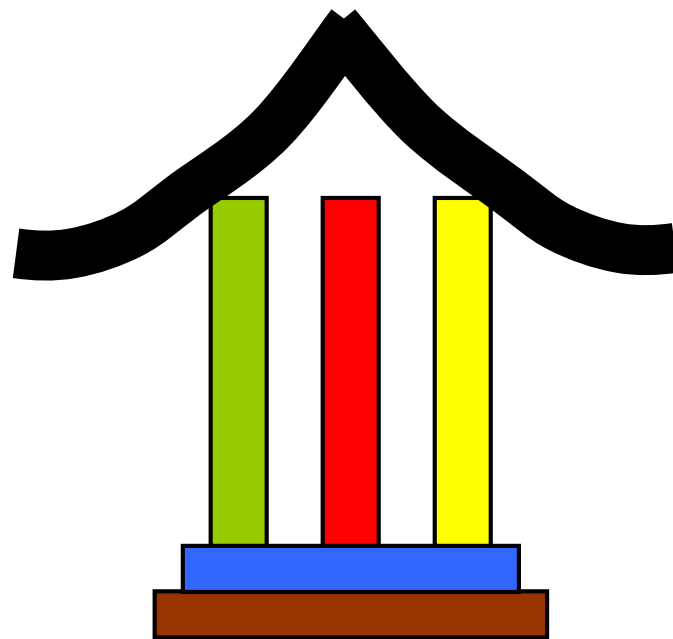


# Kernwissen Mathematik



Klasse 9

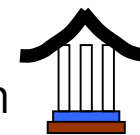
# Arithmetik Probleme lösen durch Rechnen mit Zahlen (mit und ohne TR)



	+	-	·	:	Schreib- weisen
negat. Zahlen	$(-2)+(-3)=$	$(-7)-(-4)=$	$(-53) \cdot (-2)=$	$6 : (-2)=$	
	Klam.entf. à Zahlenstrahl		(-)·(-) = (+), (+)·(-) = (-)		
Bruchzahlen	$\frac{2}{3} + \frac{5}{4}=$	$3\frac{2}{5} - \frac{3}{4}=$	$\frac{15}{-4} \cdot \frac{-2}{5}=$	$\frac{6}{-5} : \frac{3}{10}=$	$3\frac{2}{3}=$
	Hauptnenner		Z·Z, N·N	· Kehrwert	
Potenzzahlen	$2^3+2^4=$ $2^3+6^3=$	$5^3-5^2=$ $2^3-4^3=$	$8^4 \cdot 8^2=$ $5^4 \cdot 2^4=; (2^3)^4=$	$4^0 \cdot 4^1=$ $9^7 : 3^7=$	$7^{-2}=$ $7^{3/2}=$
Wurzelzahlen	$\sqrt{2} + \sqrt{3}=$	$2\sqrt{20} - \sqrt{45}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}=$	$\sqrt{98} : \sqrt{2}=$	$\sqrt{\frac{0,49}{196}}=$
	N		zusammenziehbar P1-P3		

- Klammersetzung:
  - Rechen- und Vorzeichen immer durch Klammer trennen:  $(-4) + (-2)$
  - Vorzeichen können weggelassen werden:  $(+4) - (+2) = 4 - 2$
  - $+(-)$  bzw.  $-(+)$  wird zu  $-$  und  $-(-)$  zu  $+$  :  $7+(-2)-(-5)-(+1) = 7 - 2 + 5 - 1$
- Klammer- vor Potenz- vor Punkt- vor Strichrechnung:
  $6-2^3 \cdot 5 = g$  ;  $(-3)^2 = g$  ;  $-3^2 = g$
- Umwandeln in andere Schreibweisen:  $1,23 = g$  ;  $3\frac{2}{3} = g$  ;  $15\% = g$  ;  $3,21 \cdot 10^3 = g$
- Runde:  $34761 \approx g$  (auf Hunderter)  
 $0,959 \approx g$  (aus 2. Nachkommastelle)
- Begriffe: Primzahl, Differenz, Produkt, Quotient, Anteil
- Umkehrungen:  $\sqrt{13^2} = g$  ;  $(\sqrt{13})^2 = g$  ;

# Algebra I Probleme lösen durch Rechnen mit Variablen (lineare Gleichungen)

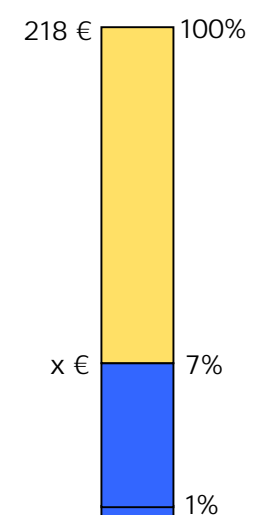


normale -	Frank und seine Mutter sind zusammen 48 Jahre alt. Die Mutter ist 3-mal so alt wie Frank.	Dividiert man 15 durch eine natürliche Zahl und dividiert man 12 durch deren Nachfolger, so ist die Differenz dieser Quotienten gleich 30 durch Produkt von Zahl u. Nachfolger.	Standardlösungsverfahren
	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>x = \text{Alter von Frank}</math></li> <li><math>x + 3 \cdot x = 48</math></li> <li><math>\Leftrightarrow 4x = 48</math> <math>\Leftrightarrow x = 12</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>x = \text{die natürl. Zahl}</math></li> <li><math>\frac{15}{x} - \frac{12}{x+1} = \frac{30}{x \cdot (x+1)}</math></li> <li><math>\Leftrightarrow 15(x+1) - 12x = 30</math> <math>\Leftrightarrow x = 5</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Welche Zahl ges.? <math>x = \dots</math></li> <li>Gleichung aufstellen</li> <li><math>x</math> alleine stellen</li> </ol> <p>§ Brüche entfernen § Klammern entfernen § Gleiches zusammenfassen</p>

% , Zinseszins-	7% von 218 €	6 € von 29 €	16% Zu. von x €	5% Zinsen auf 4000€; 9 Jahre lang
	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>0,07 \cdot 218 = x</math></li> <li><math>\Leftrightarrow x = 15,26 \text{ €}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>6 : 29 = x</math></li> <li><math>\Leftrightarrow x \approx 20,68 \%</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>1,16 \cdot x = 800</math></li> <li><math>\Leftrightarrow x \approx 689,66 \text{ €}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>1,05^9 \cdot 4000 = x</math></li> <li><math>\Leftrightarrow x \approx 6205,31 \text{ €}</math></li> </ol>

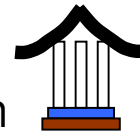
Dreisatz-	Wie viel kosten 1,8 kg Käse, wenn 3 kg Käse 5,2 € kosten?	5 Arbeiter benötigen 23 Stunden. Wie schnell sind 7 Arbeiter?
	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{x \text{ €}}{1,8 \text{ kg}} = \frac{5,2 \text{ €}}{3 \text{ kg}}</math></li> <li><math>\Leftrightarrow x = 3,12 \text{ €}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>5A \cdot 23 \text{ Std} = 7A \cdot x \text{ Std}</math></li> <li><math>\Leftrightarrow x \approx 16,43 \text{ h}</math></li> </ol>

verdoppelt sich kg, so verdoppelt sich €  
 verdoppelt sich A-Zahl, so halbiert sich Std-Zahl



# Algebra I I Probleme lösen durch Rechnen mit Variablen

(quadratische + Systeme von Gleichungen)



**quadr. Algebragleichungen**

Ein Swimmingpool 30m x 20m soll von einem Weg umgeben werden. Wie breit muss der Weg sein, damit seine Fläche insgesamt 360m<sup>2</sup> beträgt?

(1) x = Wegbreite in m  
 (2)  $(30+2x) \cdot 2x + 20x \cdot 2 = 360$   
 (3)  $\Leftrightarrow 4x^2 + 100x = 360$   
 $\Leftrightarrow x^2 + 25x = 90$   
 $\Leftrightarrow (x+12,5)^2 = 246,25$   
 $\Leftrightarrow |x+12,5| = \sqrt{246,25}$   
 $\Leftrightarrow \pm(x+12,5) = \sqrt{246,25}$   
 $\Leftrightarrow x + 12,5 = \pm\sqrt{246,25}$   
 $\Leftrightarrow x \approx 3,19$  oder  $x \approx -28,19$

(1) x = Wegbreite in m  
 (2)  $(30+2x) \cdot 2x + 20x \cdot 2 = 360$   
 (3)  $\Leftrightarrow 4x^2 + 100x - 360 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-360)}}{2 \cdot 4}$   
 $\Leftrightarrow x \approx 3,19$  oder  $x \approx -28,19$

Klammern setzen und entfernen  
 $(a+b)^2 = g$ ;  $(a-b)^2 = g$ ;  $(a+b)(a-b) = g$ ;  
 $(a+b)(c+d) = g$ ;  $4-(a-2)(a-3) = g$ ;  $-3(x \cdot 5) = g$ ;  
 $12a^2 - 18a = g$ ;  $9x^2 - 30x + 25 = g$ ;

Betragsstriche setzen und entfernen  
 $(x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow |x-1| = 3 \Leftrightarrow \pm(x-1) = 3$

acb-Formel  
 $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

**Systeme von Algebragleichungen**

Wie viel 3,5%ige Vollmilch und 0,5%ige Magermilch muss man mischen, um 4l 1%iger Milch zu erhalten?

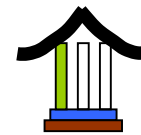
(1) v = l Vollmilch; m = l Magermilch  
 (2)  $v + m = 4$   
 $0,035 \cdot v + 0,005 \cdot m = 0,01 \cdot 4$   
 (3)  $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} v + m = 4 \\ 0,035v + 0,005m = 0,04 \end{pmatrix} \cdot 200$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} v + m = 4 \\ 6v = 4 \end{pmatrix}$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} m = 3 \frac{1}{3} \\ v = \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

Löse folgendes Gleichungssystem

(2)  $\begin{pmatrix} 2a + 3b + 4c = 1,4 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \\ 5a + 4b + 3c = 1,4 \end{pmatrix} \cdot 4$   
 (3)  $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 14a + 12b + 16c = 5,6 \\ 12a - 8b - 4c = 4,8 \\ 20a + 16b + 12c = 5,6 \end{pmatrix} \cdot 3$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 14a - 5b = 6,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \end{pmatrix}$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3b = 12 \\ 14a - 2b = 5 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \end{pmatrix}$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} b = -0,4 \\ a = 0,3 \\ c = 0,5 \end{pmatrix}$

# Geometrie I Vermessen von Gegenständen

(Winkel, Dreiecke, Vierecke)



Winkel	Scheitel- und Nebenwinkel 	Stufen- und Wechselwinkel 	Winkelsumme n-Eck: $(n-2) \cdot 180^\circ$ 	
	Kreiswinkel	Sehnenkreiswinkel  alle gleich groß (0,5 Mittelpunktswinkel)	Thaleskreiswinkel  alle 90° groß	Tangentenkreiswinkel  immer 90°
	Dreiecke/Vierecke			

	Innenlinien	Besonderheiten
Dreieck	Mittelsenkrechte	Umkreispunkt
	Seitenhalbierende	Schwerpunkt; $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$
	Winkelhalbierende	Inkreispunkt
	Höhen	-----

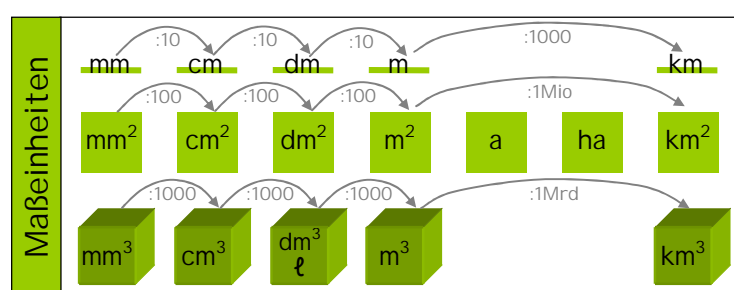
# Geometrie II

## Vermessen von Gegenständen (Fläche, Volumen)



Figuren	Parallelogramme $A = g \cdot h$	halbe Parallelogramme $A = \frac{1}{2} g \cdot h$	Kreise $A = \pi \cdot r^2$
		$A = g$	$U = g$

Körper	parallel zulaufende $V = G \cdot h$	spitz zulaufende $V = \frac{1}{3} G \cdot h$	rund zulaufende 



Maßstab	Bild	Wirklichkeit
	1 cm	125 000 cm
	1 cm	1,25 km
	0,8 cm	1 km

# Geometrie III

## Exaktes Vermessen (mit Dreiecken)



Strahlensatz	Bei ähnl. Dreiecken ist der Vergrößerungsfaktor aller Seiten gleich: $\frac{a_g}{a} = \frac{b_g}{b} = \frac{c_g}{c}$	

Pythagoras	Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$	Kathetensatz $a^2 = p \cdot c$ $b^2 = q \cdot c$	Höhensatz $h^2 = p \cdot q$
			$a = g$ $b = g$ $h = g$

# Analysis

## Vorhersagen von Vorgängen (mit Funktionsgleichungen)



Überblick	Ziel	Vorgänge vorhersagen zu können (indem man die Gesetzmäßigkeit zwischen den Größen x, y herausfindet, die für den Vorgang verantwortlich ist.)																
	Beispiel	Beim Schießen einer Kugel nach oben werden folgende Werte gemessen. Wie hoch wird die Kugel nach 10 sec., wann wird sie 30 m hoch sein? <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th>x [sec]</th> <th>y[m]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>46</td></tr> <tr><td>2</td><td>82</td></tr> <tr><td>3</td><td>108</td></tr> <tr><td>10</td><td>g</td></tr> <tr><td>g</td><td>30</td></tr> </tbody> </table> $\Rightarrow y = -5x^2 + 51x \Rightarrow$			x [sec]	y[m]	0	0	1	46	2	82	3	108	10	g	g	30
	x [sec]	y[m]																
	0	0																
	1	46																
	2	82																
3	108																	
10	g																	
g	30																	
3 Darstellungsformen	Wertetabelle	Gleichung	Graph															
Funktion 2 Schreibweisen	Gesetzmäßigkeit zwischen zwei Größen x und y. f: $y = -2x + 5$ $f(x) = -2x + 5$ Vorteile...																	
Unterscheide	Algebragleichung: $2x^2 - 5 = 0$ à x steht für eine konkrete ges. Zahl Funktionsgleichung: $y = -4x^2 - 3x$ à x steht für ∞ viele Zahlen																	
Graph gesucht	Wertetabelle aufstellen à Punkte in Graph einzeichnen (schnell bei linearer und quadratischer Funktion: $y = 3x + 4$ )																	
Gleichung gesucht	Gesetzmäßigkeit an Wertetabelle erkennen																	

**Lineare Funktion**  
 $y = -2x + 5$

**Antiproportionale Fkt**  
 $y = \frac{4}{x}$

**Quadratische Fkt**  
 $y = 0,5x^2 - 2x - 1$

**Wurzelfunktion**  
 $y = \sqrt{x-1}$

# Stochastik

## Vorhersagen von Wkn (mit Bäumen)



einfache Bäume	Frau Hurlig passiert auf dem Weg zur Arbeit 3 Ampeln. Die Wk, dass eine Ampel grün zeigt, sei 30%. Wie groß ist die Wk, a) dass alle grün zeigen? b) dass keine grün zeigt? c) dass genau eine grün zeigt?	(1) E: genau eine Ampel zeigt grün. 
		(2)
		(3) $P(E) = (0,3 \cdot 0,7^2) \cdot 3 = 44,1\%$

Standardlösungsverfahren	
(1) E	(Was soll passieren? evtl.)
(2) Baum	(E schrittweise. pass. lassen)
(3) P(E) = ...	(mit Pfadregeln bestimm)
Baum: Wurzel, Knoten, Ast, Pfad Ziel der Wks-Rechnung 3 Arten Wkn zu bestimmen Zufallsvorgang ↔ det. Vorgang Ausgang, Ereignis,	
Aufbereitung einer Daten-Urliste als Rangliste (Spannweite, Median) als Häufigkeitsliste (Zentral-, Mittelwert) als Diagramm: Stab-, Kreis-, Boxplot	