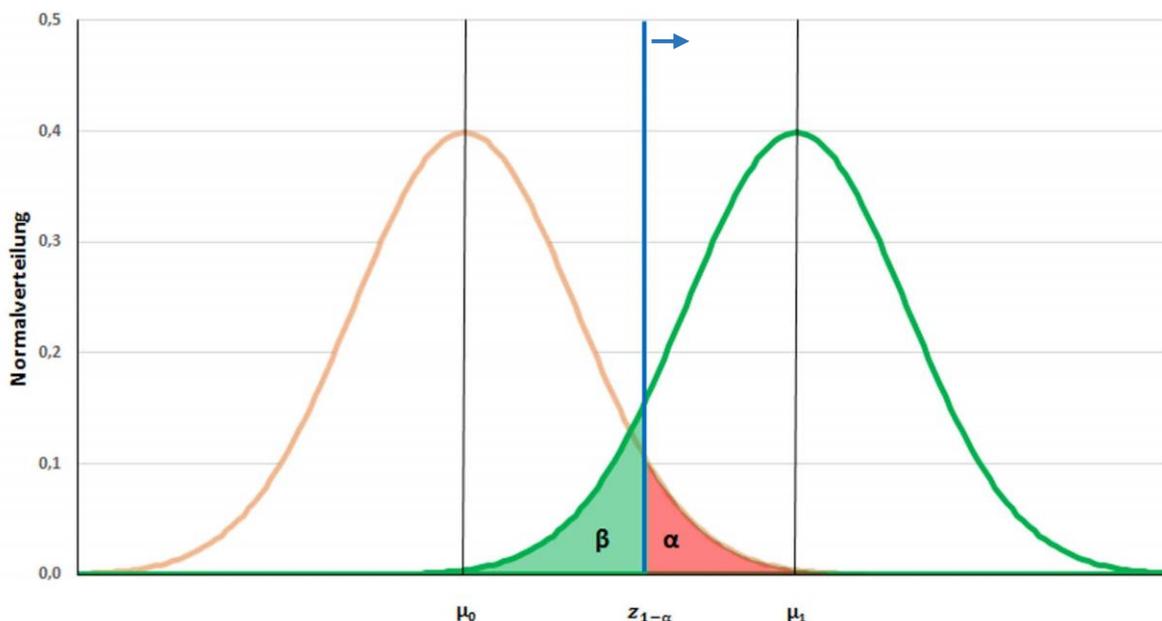


# Fehler 1. und 2. Art

Bei statistischen Tests werden Nullhypothesen  $H_0$  aufgrund von Stichprobenergebnissen abgelehnt oder nicht abgelehnt. Dabei kann man jedoch an extreme Stichproben geraten, die extrem von den Verhältnissen der Grundgesamtheit abweichen und dazu führen, dass  $H_0$  fälschlicherweise abgelehnt bzw. nicht abgelehnt wird.

Fehler 1. Art ( $\alpha$ ) dennoch gilt $H_0$ „Blamier-Fehler“ „Meine spektakuläre Entdeckung stimmt gar nicht.“	Fehler 2. Art ( $\beta$ ) dennoch gilt $H_{\text{spek}}$ „Entgangene-Ruhm-Fehler“ „Meine spektakuläre Entdeckung stimmt doch.“
$H_0$ wird fälschlicherweise abgelehnt; d.h. obwohl die Stichprobe <b>außerhalb des <math>p_0</math>-HSB</b> liegt, gilt $p_0$ .	$H_0$ wird fälschlicherweise weiter angenommen; d.h. obwohl die Stichprobe <b>im <math>p_0</math>-HSB</b> liegt, gilt $p_0$ nicht.
$\alpha = \text{Bin}_{n,p_0}(16 > X > 28)$	$\beta = \text{Bin}_{n,p_{\text{tats}}}(16 \leq X \leq 28)$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Fehlerursache:</b> zufällige Schwankungen (nicht etwa mangelnde Stichprobenrepräsentativität). Im Schnitt weist jede 20. Stichprobe (5%) extreme, zufällige Schwankungen auf. Diese Schwankungen lassen sich leider nicht verhindern und führen unweigerlich zu fehlerhaften Entscheidungen (auch wenn die Stichprobe hoch repräsentativ ist). Jeder Wissenschaftlicher hofft, nicht an eine extreme Stichprobe zu geraten.</li> <li>• <b>Verkleinert man <math>\alpha</math>, so vergrößert sich <math>\beta</math> automatisch (und umgekehrt).</b> Die Abb. beschreibt diesen Zusammenhang am Beispiel eines rechtseitigen Tests (bei dem die <math>p_0</math>-Verteilung ja immer links von der <math>p_{\text{spek}}</math>-Verteilung, und <math>\alpha</math> somit im rechten Bereich der <math>p_0</math>-Verteilung liegt). Wird <math>\alpha</math> z.B. auf 1% verkleinert (der HSB also auf 99% erhöht), so wandert die blaue Linie dadurch nach rechts und vergrößert <math>\beta</math> zwangsläufig.</li> <li>• <b>Wie lässt sich sowohl <math>\alpha</math> als auch <math>\beta</math> verkleinern?</b> Wird der <b>Stichprobenumfang <math>n</math> erhöht</b>, „wandern“ die Verteilungsgraphen nach rechts (<math>\mu = n \cdot p</math>), treffen mit linearer Geschwindigkeit auseinander (<math>\mu_{\text{spek}} - \mu_0 = n \cdot (p_{\text{spek}} - p_0)</math>) und verbreiten sich zu nehmen (<math>\sigma = \sqrt{np(1-p)}</math>). Da die Verbreiterung nur in wurzelartiger Geschwindigkeit erfolgt, kommt es insgesamt zu einer zunehmenden Entfernung beider Graphen. Die „Überlappungsflächen“ <math>\alpha</math> und <math>\beta</math> werden also beide zunehmend kleiner.</li> <li>• <b>Achtung:</b> <math>\beta</math> kann meistens nur abgeschätzt werden, da <math>p_{\text{tats}}</math> i.d.R. nicht bekannt ist.</li> <li>• Unterscheidet sich <math>\mu_0</math> und <math>\mu_{\text{tats}}</math> stark, ist der „Überlappungsbereich“ <math>\alpha + \beta</math> automatisch gering und der sogenannte „Effekt“ eines entsprechenden statistischen Tests groß. Signifikante Ergebnisse können dann schnell mit relativ kleinem Stichprobenumfängen erzielt werden. Ob ein Wissenschaftler auf Zusammenhänge stößt, bei denen <math>\mu_0</math> und <math>\mu_{\text{tats}}</math> deutlich voneinander abweichen, hängt letztendlich von seiner Fachkompetenz und Erfahrung ab.</li> </ul>	



Verschieben des kritischen Wertes  $z_{1-\alpha}$  nach rechts bedeutet Verkleinerung von  $\alpha$  und Vergrößerung von  $\beta$  et vice versa