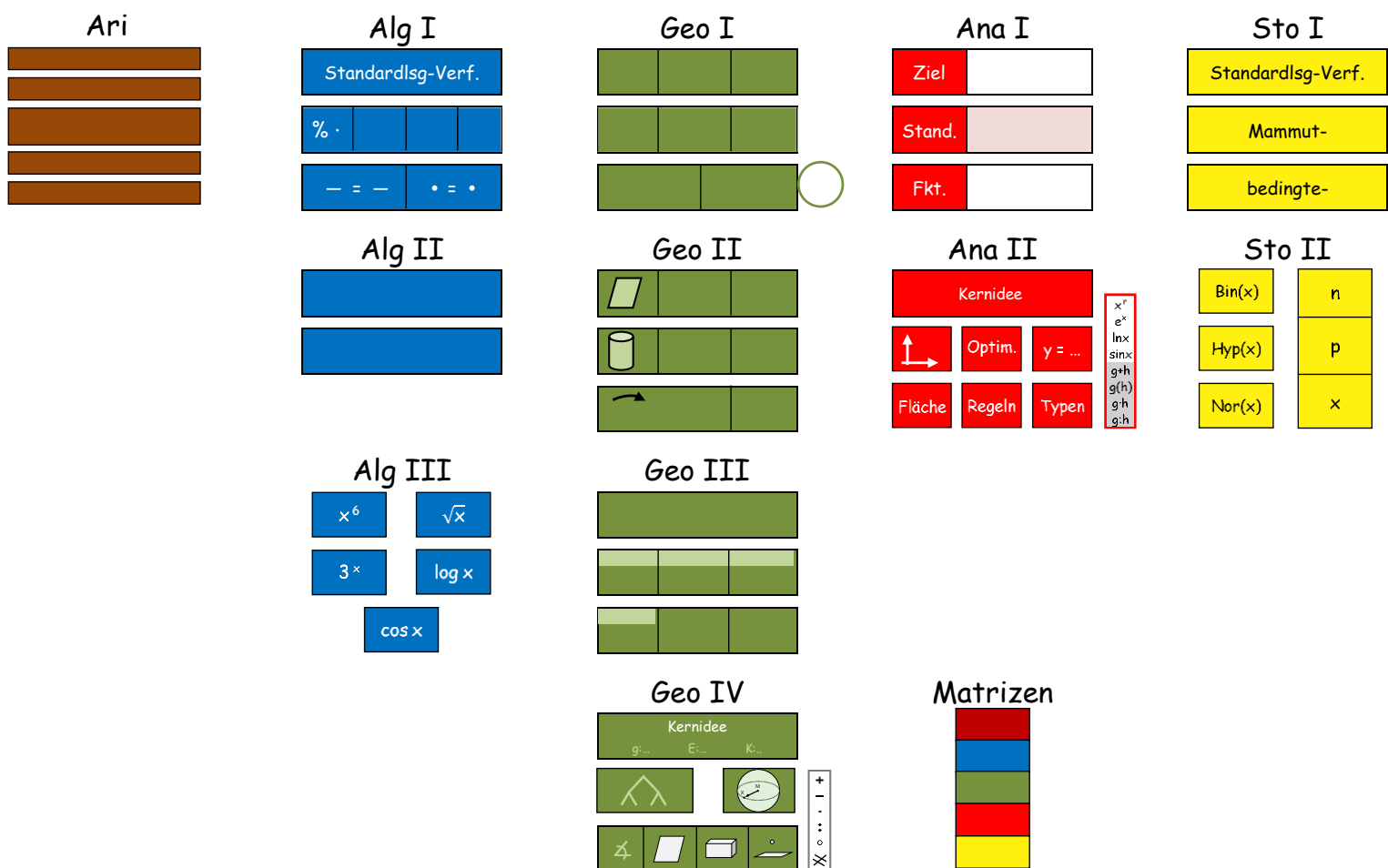


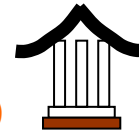
Kernwissen Mathematik

Sekundarstufe I und II



Arithmetik

Probleme lösen durch Rechnen mit Zahlen (mit und ohne TR)

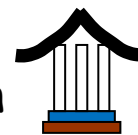


	+	-	•	:	be- stimme
negat. Zahlen	$(-2)+(-3)=$	$(-7)-(-4)=$	$(-53) \cdot (-2) =$	$6 : (-2) =$	
	Kl.entf., Zahlenstrahl		ohne Vorzeichen rechnen,...		
Bruchzahlen	$\frac{2}{3} + \frac{5}{4} =$	$3\frac{2}{5} - \frac{3}{4} =$	$-\frac{15}{4} \cdot \frac{2}{5} =$	$\frac{6}{5} : \frac{3}{10} =$	$\frac{4}{7}$
	Hauptnenner		Z·Z, N·N	• Kehrwert	
Potenzzahlen	$2^3+2^4 =$ $2^3+6^3 =$	$5^3-5^2 =$ $2^3-4^3 =$	$8^4 \cdot 8^2 =$ $5^4 \cdot 2^4 =; (2^3)^4 =$	$4^0 : 4^1 =$ $9^7 : 3^7 =$	3^{-2} $4^{3/2}$
Wurzelzahlen	$\sqrt{2} + \sqrt{3} =$	$\sqrt{7} - \sqrt{3} =$	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$	$\sqrt{98} : \sqrt{2} =$	$\sqrt[3]{40}$
	zusammenziehbar P1-P3				
Logarithmus-Z	$\log_2 3 + \log_2 4 =$ $7 \cdot \log_5 2 =$		$\log_2 3 \cdot \log_2 5 =$ $\log_2 3 : \log_2 5 =$		$\log_2 100$
	zusammenziehbar L1-L2				
Sinus-Zahlen	$\sin 20^\circ + \sin 30^\circ =$				$\sin 40^\circ$

Rechenzeichen und Vorzeichen a) ... müssen durch Klammern getrennt werden: $(+4) - (+2)$ b) + Vorzeichen können weggelassen werden: $(+4) - (+2) = \square$ c) +(-), -(-) Klammern können aufgelöst werden: $7+(-2)-(-5)-(+1) = \square$ Potenz- vor Punkt- vor Strichrechnung (ansonsten von links nach rechts) $6-3^2 \cdot 5 = \square$; $-3^2 = \square$; $(-3)^2 = \square$ Wichtige Brüche: <table><tr><td>$\frac{0}{1}$</td><td>$\frac{1}{0}$</td><td>$\frac{1}{1}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{5}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{7}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>$\frac{1}{10}$</td></tr></table>													$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	Schreibweise ändern: $1,79 = \square$ $5\frac{2}{3} = \square$ $15\% = \square$ $8,6 \cdot 10^{-3} = \square$ Runde auf Hundertstel: $3,4749 \approx \square$ $0,2951 \approx \square$ Begriffe: Primzahl, Differenz, Produkt, Quotient, Anteil Umkehrungen: $\sqrt{13^2} = \square$; $(\sqrt{13})^2 = \square$; $2^{\log_2 5} = \square$; $\log_2 2^3 = \square$ Zeichne bzw. schätze: $\alpha = 1^\circ$, $\beta = 1$, $\sin 1^\circ = \square$, $\sin 1 = \square$												
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$																										
													1	0,1	0,5	0,2	0	0,3	0,125	0,16	∞	0,14..	0,1	0,25													

Algebra I

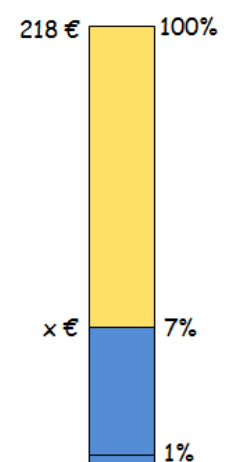
Probleme lösen durch Rechnen mit Variablen
(Lineare Gleichungen)



Bruch-	Frank und seine Mutter sind zusammen 48 Jahre alt. Die Mutter ist 3-mal so alt wie Frank.	Dividiert man 15 durch eine natürliche Zahl und dividiert man 12 durch deren Nachfolger, so ist die Differenz dieser Quotienten gleich 30 durch Produkt von Zahl u. Nachfolger.	Standardlösungsverfahren (1) Welche Zahl ges.? x : ... (2) Gleichung aufstellen (3) x allein stellen ▪ Brüche entfernen ▪ Klammern entfernen ▪ Gleiches zusammenfassen
	(1) x: Alter von Frank (2) $x + 3 \cdot x = 48$ (3) $\Leftrightarrow 4x = 48$ $\Leftrightarrow x = 12$	(1) x : die natürl. Zahl (2) $\frac{15}{x} - \frac{12}{x+1} = \frac{30}{x(x+1)}$ $ \cdot x(x+1)$ (3) $\Leftrightarrow 15(x+1) - 12x = 30$ $\Leftrightarrow x = 5$	

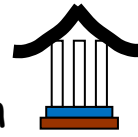
%-, Zinsen-	7% von 218 €	6 € von 29 €	Wie teuer ist ein 800 € Sofa ohne MwSt?	5% Zinsen auf 4000€, 9 Jahre lang
	(2) $0,07 \cdot 218 = x$ (3) $\Leftrightarrow x = 15,26 \text{ €}$	(2) $6 : 29 = x$ (3) $\Leftrightarrow x \approx 20,68 \%$	(2) $1,19 \cdot x = 800$ (3) $\Leftrightarrow x \approx 672,27 \text{ €}$	(2) $1,05^9 \cdot 4000 = x$ (3) $\Leftrightarrow x \approx 6205,31 \text{ €}$

Dreisatz-	Wie viel kosten 1,8 kg Käse, wenn 3 kg Käse 5,2 € kosten?	Wie schnell sind 7 Arbeiter, wenn 5 Arbeiter 23 Stunden benötigen?
	(2) $\frac{x \text{ €}}{1,8 \text{ kg}} = \frac{5,2 \text{ €}}{3 \text{ kg}}$ (3) $\Leftrightarrow x = 3,12 \text{ €}$ verdoppelt sich kg, so verdoppelt sich €	(2) $x \text{ Std} \cdot 7 \text{ A} = 23 \text{ Std} \cdot 5 \text{ A}$ (3) $\Leftrightarrow x \approx 16,43 \text{ h}$ verdoppelt sich A-Zahl, so halbiert sich Std-Zahl



Algebra II

Probleme lösen durch Rechnen mit Variablen



(Quadratische Gl. u. Systeme von Gleichungen)

Quadratische Gl.

Ein Swimmingpool 30m x 20m soll von einem Weg umgeben werden. Wie breit muss der Weg sein, damit seine Fläche insgesamt 360m² beträgt?

(1) x : Wegbreite in m
 (2) $(30+2x) \cdot x + 20 \cdot x = 360$
 (3) $\Leftrightarrow 4x^2 + 100x = 360$
 $\Leftrightarrow x^2 + 25x = 90 \quad | +12,5^2$
 $\Leftrightarrow (x+12,5)^2 = 246,25$
 $\Leftrightarrow |x+12,5| = \sqrt{246,25}$
 $\Leftrightarrow \pm(x+12,5) = \sqrt{246,25}$
 $\Leftrightarrow x + 12,5 = \pm \sqrt{246,25}$
 $\Leftrightarrow x \approx 3,19 \text{ oder } x \approx -28,19$

(1) x : Wegbreite in m
 (2) $(30+2x) \cdot 2x + 20x = 360$
 (3) $\Leftrightarrow 4x^2 + 100x - 360 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-360)}}{2 \cdot 4}$
 $\Leftrightarrow x \approx 3,19 \text{ oder } x \approx -28,19$

Klammern setzen und entfernen
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ $4 - (a-2)(a-3) = 4 - (a^2 - 5a + 6) = -a^2 + 5a - 2$
 $12a^2 - 18a = 3a(4a - 6)$ $9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)^2$

Betragsstriche setzen und entfernen
 $(x-1)^2 < 9 \Leftrightarrow |x-1| < 3 \Leftrightarrow \pm(x-1) < 3$

acb-Formel
 $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Systeme von Gl.

Wie viel 3,5%ige Vollmilch und 0,5%ige Magermilch muss man mischen, um 8l 1%iger Milch zu erhalten?

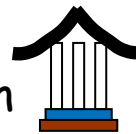
(1) v : l Vollmilch; m : l Magermilch
 (2) $\begin{cases} v + m = 8 \\ 0,035v + 0,005m = 0,08 \end{cases} \cdot 200$
 (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} v + m = 8 \\ 6v + m = 16 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} v + m = 8 \\ m = 8 - v \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} v + m = 8 \\ m = 6\frac{2}{3} \\ v = 1\frac{1}{3} \end{cases}$

Löse folgendes Gleichungssystem

(2) $\begin{cases} 2a + 3b + 4c = 1,4 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \\ 5a + 4b + 3c = 1,4 \end{cases}$
 (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 5b = 6,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 5b = 6,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ -3b = 1,2 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 5b = 6,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ b = -0,4 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 5b = 6,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ b = -0,4 \\ a = 0,3 \\ c = 0,5 \end{cases}$

Algebra III

Probleme lösen durch Rechnen mit Variablen



(weitere Algebragleichungen)

Potenz-

Verdreifacht man die Kantenlänge eines Würfels, so nimmt sein Volumen um 3250m³ zu.

(1) x : urspr. Kantenlänge in m
 (2) $(3x)^3 = x^3 + 3250$
 (3) $\Leftrightarrow 27x^3 - x^3 = 3250$
 $\Leftrightarrow 26x^3 = 3250$
 $\Leftrightarrow x^3 = 125 \quad | \text{hoch } \frac{1}{3}$
 $\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{125}$
 $\Leftrightarrow x = 5$

gerade Potenzen mit Betragsstrichen entf.

Wurzel-

Löse folgende Gleichung

(1) x : ges. Zahl
 (2) $\sqrt{2x-3} + 12 = 5$
 (3) $\Leftrightarrow \sqrt{2x-3} = -7 \quad | \text{hoch } 2$
 $\Leftrightarrow 2x - 3 = 49$
 $\Leftrightarrow x = 26$
 Probe $\Rightarrow L = \{ \}$

gerader Wurzeln mit Probe entfernen

Exponential-

Löse folgende Gleichung

(1) x : ges. Zahl
 (2) $7^{x-1} = 3 \cdot 5^x \quad | \log_{10}$
 (3) $\Leftrightarrow (x-1) \cdot \log 7 = \log 3 + x \cdot \log 5$
 $\Leftrightarrow x(\log 7 - \log 5) = \log 3 + \log 7$
 $\Leftrightarrow x \approx 9,05$

Logarithmus-

Löse folgende Gleichung

(1) x : ges. Zahl
 (2) $\log x^2 + \log \sqrt{x} = 10$
 (3) $\Leftrightarrow \log x^{2,5} = 10 \quad | 10 \text{ hoch}$
 $\Leftrightarrow 10^{\log x^{2,5}} = 10^{10}$
 $\Leftrightarrow x^{2,5} = 10^{10}$
 $\Leftrightarrow x = 10000$

Trigonometr.

Wie groß muss der Öffnungswinkel einer 2m langen Stehleiter sein, damit ihre Höhe 1,9m beträgt?

(1) x : halber Öffnungswinkel
 (2) $\cos x = \frac{1,9}{2} \quad | \cos^{-1}$
 (3) $\Leftrightarrow \cos^{-1} \cos x = \cos^{-1} 0,95$
 $\Leftrightarrow x \approx 18,19^\circ$

P1 $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$
P2 $a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$
P3 $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$
P4 $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$
P5 $a^{r/s} = \sqrt[s]{a^r}$

L1 $\log_b a + \log_b c = \log_b (a \cdot c)$
L2 $r \cdot \log_b a = \log_b a^r$
L3 $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

$\log 5 := \log_{10} 5; \ln 5 := \log_e 5$
 $\log_a 2^x = x \cdot \log_a 2 = x$
 $2^{\log_2 3x} = 3x$

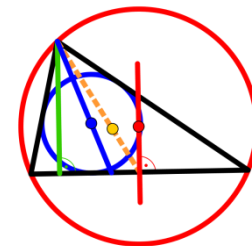
$\sin 1^\circ \neq \sin 1$
 $(5^2)^3 \neq 5^{2^3}$

Geometrie I

Vermessen von Gegenständen (Winkel, Dreiecke, Vierecke)



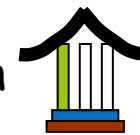
Winkel	Scheitel- und Nebenwinkel 	Stufen- und Wechselwinkel 	Winkelsumme n-Eck: $(n-2) \cdot 180^\circ$
	Sehnenkreiswinkel alle gleich groß (0,5 Mittelpunktswinkel)	Thaleskreiswinkel alle 90° groß	Tangentenkreiswinkel immer 90°
	Dreiecke/Vierecke 		



Dreieckslinien	Mittelsenkrechte	→ Umkreispunkt
	Seitenhalbierende	→ Schwerpunkt: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$
	Winkelhalbierende	→ Inkreispunkt
	Höhen	→ ---

Geometrie II

Vermessen von Gegenständen (Fläche, Volumen)



Fläche	Parallelelogramme $A = g \cdot h$ 	halbe Parallelelogramme $A = \frac{1}{2} g \cdot h$ 	Kreise $A = \pi \cdot r^2$
	$A \leftrightarrow U$	$A_{\text{Dreieck}} =$	$U = 2\pi r$
Volumen	parallel zulaufende $V = G \cdot h$ 	spitz zulaufende $V = \frac{1}{3} G \cdot h$ 	rund zulaufende $V = \frac{2}{3} G \cdot h$
	$M = 2 \cdot a \cdot h_a$	$M = \pi r \cdot s$	$M = 2G$

Maßeinheiten	mm	cm	dm	m	km
	mm ²	cm ²	dm ²	m ²	km ²
	mm ³	cm ³	dm ³	m ³	km ³

1 kWh = 3,6 MJ [MWs] [MNm]; (tägl. Energiebedarf: 3 kWh ≈ 10 MJ)

Präfixe	1	10 ³	10 ⁻³	Kilo	milli
	2	10 ⁶	10 ⁻⁶	Mega	μkro
	3	10 ⁹	10 ⁻⁹	Giga	nano
	4	10 ¹²	10 ⁻¹²	Tera	pikto
	5	10 ¹⁵	10 ⁻¹⁵	Peta	femto
	6	10 ¹⁸	10 ⁻¹⁸	Exa	atto
	7	10 ²¹	10 ⁻²¹	Zetta	zepto
	8	10 ²⁴	10 ⁻²⁴	Yotta	yokto

Geometrie III

Vermessen von Gegenständen

(mit Dreiecken)

Strahlensatz	Bei ähnl. Dreiecken ist der Vergrößerungsfaktor aller entsp. Seiten gleich: $\frac{a_g}{a} = \frac{b_g}{b} = \frac{c_g}{c}$	
Pythagoras	Pythagoras $c^2=a^2+b^2$	Kathetensatz $a^2=p \cdot c$ $b^2=q \cdot c$
		Höhensatz $h^2=p \cdot q$
Trigonometrie	Sinus-Definition $\sin \alpha = \frac{G}{H}, \cos \alpha = \frac{A}{H}, \tan \alpha = \frac{G}{A}$	Sinussatz $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
		Kosinussatz $c^2=a^2+b^2-2ab \cdot \cos(\gamma)$

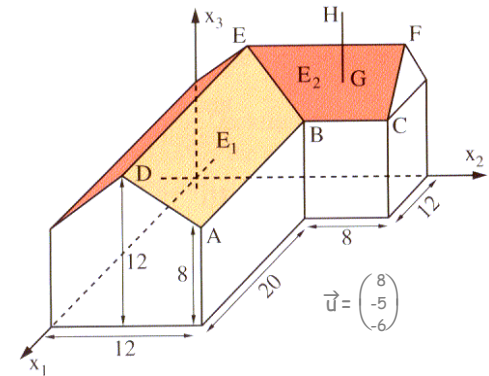
Achtung, damit nicht den Winkel gegenüber der größeren Seite berechnen (sSwW).

Geometrie IV

Vermessen von Gegenständen

(mit Punktkoordinaten)

Punkt	$\vec{OP}$ über bekannten Umweg bestimmen	$\vec{OF} = \vec{OC} + \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 20 \\ 12 \end{pmatrix} \Rightarrow F=(6 20 12)$
Vektor	$\vec{AB}$ über bek. Umweg best.: $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$ Länge $ \vec{AB} $ mit Pythagoras best.	$A(32 12 8); B(12 12 8) \Rightarrow \vec{AB} = \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{AB} = \sqrt{20^2+0^2+0^2}$
Gerade	$g_{A,B}: \vec{x} = \vec{OA} + t \cdot \vec{AB}$	$g_{B,E}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$ $g_{H,G}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 14 \\ 16 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
Ebene	$E_{A,B,C}: \vec{x} = \vec{OA} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \vec{AC};$: $[\vec{OX}-\vec{OA}] \circ \vec{n} = 0$: $n_1x_1+n_2x_2+n_3x_3=\vec{OA} \circ \vec{n}$	$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 32 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 80 \\ 120 \end{pmatrix} \Rightarrow E_1: 2x_2 + 3x_3 - 48 = 0$ $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 32 \\ 0 \\ 48 \end{pmatrix} \Rightarrow E_2: 2x_1 + 3x_3 - 48 = 0$
Lagebeziehung	Punktprobe	
	$L_{E_1, (8 7,5 11)}: 2 \cdot 7,5 + 3 \cdot 11 - 48 = 0 \Rightarrow (8 7,5 11) \in E_1$	
	$L_{AB,HG}: \vec{v} \parallel \vec{v}^* \Rightarrow g \parallel g^* \text{ oder } g \perp g^*$ $\begin{pmatrix} -r \\ 0 = 2 \\ r^* = 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} r = 24 \\ 0 = 24 \\ r^* = 8 \end{pmatrix} \Rightarrow g \perp g^*$	
	$L_{E_1,E_2}: \vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2 \Rightarrow E_1 \parallel E_2$ $\begin{pmatrix} 2x_2+3x_3=48 \\ 2x_1+3x_3=48 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_2=24-1,5x_3 \\ x_1=24-1,5x_3 \\ x_3=2r \end{pmatrix} \Rightarrow g_s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 24 \\ 24 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	
Lagebeziehung	$L_{E,g^*}: \vec{n} \perp \vec{v}^* = 0 \Rightarrow g_{HG} \perp E_2$ $2 \cdot 8 + 3 \cdot (16-r) - 48 = 0 \Leftrightarrow r = 5,33 \Rightarrow G(8 14 10,66)$	
Winkel	$\alpha_{g,g^*} = \cos^{-1} \frac{ \vec{v} \circ \vec{v}^* }{ \vec{v} \cdot \vec{v}^* }$ $\alpha_{E,g^*} = 90^\circ - \cos^{-1} \frac{ \vec{v} \circ \vec{v}^* }{ \vec{v} \cdot \vec{v}^* }$	
Fläche	$A_{ABC} = \vec{AB} \times \vec{AC} $ Parallelogrammfläche	
Volumen	$V_{ABDE} = \frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{DE}) \times \vec{AD} = 187,49 \text{ m}^2$	
Abstand	$d_{g,P} = \frac{ \vec{AP} \times \vec{v} }{ \vec{v} }$ $d_{E,P} = \frac{ \vec{AP} \circ \vec{n} }{ \vec{n} }$	



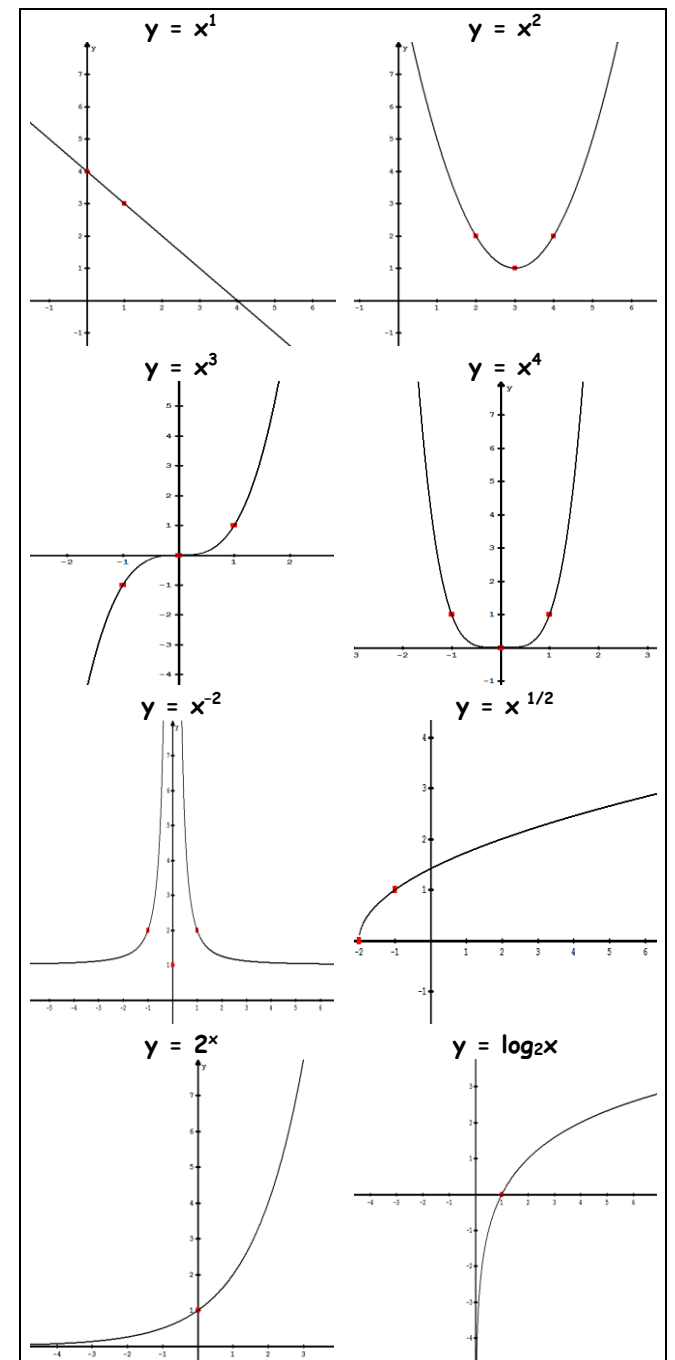
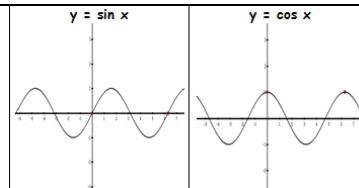
Kann man H(8|14|16) von P(41|-7|1) aus sehen?
Bei Sonneneinstrahlung aus Richtung $\vec{u}$ wirft die Antenne GH einen Schatten, der BE trifft. Wo?

	rechnerisch	geom. Bedeutung
+	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$	 hängt Vektor an
-	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$	 hängt Gegenvektor an
·	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$	 verlängert 3-fach
:	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} : 2 = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix}$	 halbiert
o	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = 1$	 liefert Zwischenwinkel
x	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$	 liefert n und Fläche
	$\left \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right = \sqrt{26}$	 Länge

Analysis I Vorhersagen von Vorgängen

(mit Grundfunktionen)

Ziel	Vorgänge vorhersagen zu können, indem man die Gesetzmäßigkeit zwischen den Größen des Vorgangs (x und y) herausfindet.
Standardlösungsverfahren	Beim Schießen einer Feuerwerksrakete werden untenstehende Werte gemessen. Wie hoch ist die Rakete nach 10 Sek., wann ist sie 30 m hoch? (1) Wertetabelle aufstellen (2) Gesetzmäßigkeit f erkennen y-Werte werden in 2. Stufe konstant ⇒ f: $y = ax^2 + bx + c$ (3) Punkte einsetzen und LGS lösen $\begin{pmatrix} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a + b = 46 \\ 4a + 2b = 82 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} c = 0 \\ b = 51 \\ a = -5 \end{pmatrix} \Rightarrow f: y = -5x^2 + 51x$ Mit der gefundenen Gesetzmäßigkeit f lässt sich der Vorgang dann vorhersagen: $y = -5 \cdot 10^2 + 51 \cdot 10 = 10 \text{ m}$ $30 = -5 \cdot x^2 + 51 \cdot x \Leftrightarrow x = 0,63 \text{ sek oder } x = 9,57 \text{ sek}$
Funktion	Was? Gesetzmäßigkeit zwischen zwei Größen x und y 3 Darstellungsformen: Wertetabelle, Gleichung, Graph 2 Schreibweisen: $f: y = -5x^2 + 51x$ und $f(x) = -5x^2 + 51x$ Unterscheide: Algebragleichung: $2x^2 - 5 = 0$ (x steht für eine konkrete ges. Zahl) Funktionsgleichung: $y = 4x^2 - 3x$ (x steht für ∞ viele Zahlen) 12 Grundfktn nennen und zeichnen ($x^{-2}, x^{-1}, x^0, x^1, x^2, x^3, x^4, x^{1/2}, 2^x, \ln x$) Grundfktn verschieben, spiegeln und stauchen können. (in x- u. y-Richtung)



Analysis II Vorhersagen von Vorgängen

(mit zusammengesetzten Funktionen)

Graph gesucht	$f(x) = \frac{x^3}{6x^2 - 54}$ $= \frac{x^3}{6(x+3)(x-3)}$	$f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 27)}{6(x^2 - 9)^2} \quad f''(x) = \frac{3x(x^2 + 27)}{(x^2 - 9)^3}$ (S) $f(-x) = -f(x) \Rightarrow$ punktsymm. (R) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow \infty} y = \infty$ schiefe Asymptote mit $y = x/6$ ■ $6(x+3)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$ ungerade Lücken (N) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ N(0 0) 3-fache Nullstelle (H) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{27} \text{ od. } x = 0 \text{ od. } x = \sqrt{27}$ $\Rightarrow$ $H(-\sqrt{27} -\sqrt{27}/16)$ $S(0 0)$ $T(\sqrt{27} \sqrt{27}/16)$ +/- -/+ VZW (W) $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ -/+ W(0 0) da -/+ VZW
Gleichung ges.	Bestimme die ganzrationale Funktion 4ten Grades, deren Graph symmetrisch zur y-Achse ist und in P(2 1) eine Wendetangente mit der Steigung $-\frac{4}{3}$ hat.	$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$ $f'(x) = 4ax^3 + 2cx$ $f''(x) = 12ax^2 + 2c$ $\begin{pmatrix} f(2) = 1 \\ f'(2) = -\frac{4}{3} \\ f''(2) = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 16a + 4c + e = 1 \\ 32a + 4c = -\frac{4}{3} \\ 48a + 2c = 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a = \frac{1}{48} \\ c = -\frac{1}{2} \\ e = \frac{8}{3} \end{pmatrix}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{48}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{8}{3}$
Fläche gesucht	1) Stammfkt F gesucht 2) orient. Fläche J gesucht 3) absolute Fläche A gesucht a) zwischen f und x-Achse b) zwischen f und g c) von 0 bis ∞ 4) Volumen V gesucht	$F(x) = \int (7x+1)^4 dx = \frac{1}{7} \int 7 \cdot (7x+1)^4 dx = \frac{1}{7} \left[\frac{1}{5} (7x+1)^5 + c \right]$ $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{3x+2}} dx = \frac{1}{3} [2\sqrt{3x+2}]_0^4 = \frac{2}{3} (\sqrt{14} - \sqrt{2}) \approx 1,55 \text{ LE}^2$ $A = \left \int_{-1}^0 (0,5x^3 - 2x) dx \right + \left \int_0^2 (0,5x^3 - 2x) dx \right + \left \int_2^{2,5} (0,5x^3 - 2x) dx \right \approx 3,51 \text{ LE}^2$ $A = \left \int_{-1}^{n_1} h dx \right + \left \int_{n_1}^3 h dx \right = \dots \quad \text{mit } h := f - g$ $A = \int_0^\infty 2e^{-x} dx = [-2e^{-x}]_0^\infty = " -2e^{-\infty} + 2 " = 2 \text{ LE}^2$ $V = \pi \int_0^1 f(x)^2 dx = \pi \int_0^1 (3e^{2x})^2 dx = \pi \int_0^1 9e^{4x} dx = \pi \left[\frac{9}{4} e^{4x} \right]_0^1 \approx 378,86 \text{ LE}^3$

F	f	f'
$\frac{1}{r+1} x^{r+1} + c$	x^r	$r \cdot x^{r-1}$
$e^x + c$	e^x	e^x
$x \cdot \ln x - x + c$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$-\cos x + c$	$\sin x$	$\cos x$
$k \cdot G$	$k \cdot g$	$k \cdot g'$
$G \pm H$	$g \pm h$	$g' \pm h'$
$\int g(h) \cdot h'$	$g(h)$	$g'(h) \cdot h'$
$G \cdot h - \int G \cdot h'$	$g \cdot h$	$g' \cdot h + g \cdot h'$
$\int f(z) dz$	$\frac{g}{h}$	$\frac{g' \cdot h - g \cdot h'}{h^2}$
$x(t)$ $E(t)$ $E(x)$ Gesamtmenge	$v(t)$ $P(t)$ $F(x)$	$a(t)$ Änderungsrate

- Nullstellen bestimmen (4)
Nullstellentyp: gerade, ungerade
- Lückentyp: gerade, ungerade, Loch
- Stelle $\leftrightarrow$ Wert; $x^{-1} \leftrightarrow f^{-1}$; Umkehrfkt
- Tangentengleichung u. Ortskurve
- Gebrochenrat. Fkt
- 3 Schreibweisen und ihre Vorteile
- Rand- u. Lückenasymptoten best.

Optimum ges.	Eine 400-m-Laufbahn in einem Stadion besteht aus 2 parallelen Strecken und 2 ange-setzten Halbkreisen. Für welchen Radius der Halbkreise wird die rechteckige Spielfläche maximal? gesuchte Größe x : Radius [m] zu optim. Größe $A(x) = 2x \cdot b \mid 400 = 2b - 2\pi x$ $= 400x - 2\pi x^2$ $A'(x) = 400 - 4\pi x$ $A'(x) = 0 \Rightarrow x = 100/\pi \approx 31,8$ $\Rightarrow H(31,8 3183)$ da f' dort ein +/- VZW hat	
Graphenschar ges.	$f_k(x) = (k - e^x)^2 ; k > 0$ $f'(x) = 2 \cdot (e^{2x} - k e^x)$ $f''(x) = 2 \cdot (2e^{2x} - k e^x)$ (S) $f_k(-x) \neq -f_k(x)$ bzw. $f_k(x)$ $\Rightarrow$ keine Symmetrie (R) $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = k^2$ $\Rightarrow$ keine Def-Lücke (N) $f(x)=0 \Leftrightarrow x = \ln(k) \Rightarrow N(\ln(k) 0)$ (H) $f'(x)=0 \Leftrightarrow x = \ln(k) \Rightarrow T(\ln(k) 0)$ da f' dort +/- VZW hat (W) $f''(x)=0 \Leftrightarrow x = \ln(k/2) \Rightarrow W(\ln(k/2) k^2/4)$ da f'' dort +/- VZW hat Ortskurve durch W: $x = \ln k/2 \Leftrightarrow k = 2e^x \Rightarrow y = (2e^x)^2/4 = e^{2x}$	
numerische Verf.	Graph ges. Intervallhalb.Verfahren Gleichung ges. Taylor-Verfahren Fläche ges. Simpson-Verfahren	If $f(x_m) \cdot f(x_r) \leq 0 \Rightarrow$ Nst rechtes Intervall If $f(x_m) \leq f(x_m + 0.0001) \Rightarrow$ Hst rechtes Intervall Komplizierte Fkt $f(x)$ durch ganzrat. Fkt annähern Fläche in z.B. 20 Streifen zerlegen ($\Delta x = (b-a)/20$) und dann je 2 Streifen durch Parabelfläche annähern $\Rightarrow$ $\int_{x_0}^{x_{20}} f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} [(y_0 + y_{20}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{18}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{19})]$

e^x und $\ln x$ Funktion • Basentransformation bei a^x und $\log_b x$ • $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n \cdot e^{-x} = 0$ e^x „stärker“ x^n „stärker“ $\ln x$ Trigonometr. Fkt • $f(x) = a \cdot \sin(b(x+c)) + d$ $a \rightarrow$ Amplitude $b \cdot \text{Periode} = 1 \cdot 2\pi$ Sprung, Knick, Krümmungsruck f integrierbar, stetig, diffbar, umkehrbar
--

4 Tricks beim Suchen einer Stammfkt

Schreibweise ändern	Summenschreibweise
Kettenregel rückwärts	$\int g(h) \cdot h' = G(h)$
Produktregel rückwärts	$\int g \cdot h = G \cdot h - \int G \cdot h'$
Substitution x ersetzen durch z	$\int_a^b f(x) dx = \int_{h^{-1}(a)}^{h^{-1}(b)} f(z) dz$

Matrizen (tabellenartige Zahlenfelder, die in allen Teilgebieten eingesetzt werden können)

Arithmetik	$A + B$ elementweise $A \bullet B$ Zeilen- · Spaltenvektor A^{-1} Gauß-Jordan E Einheitsmatrix	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$ in Excel: {=A+B} $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ 39 & -12 \end{pmatrix}$ {=MMULT(A;B)} $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ {=MINV(A)} $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$																																																				
Algebra	Löse das LGS $\begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 4 x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 9x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \end{pmatrix}$	$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $A^{-1} \cdot A \cdot \vec{x} = A^{-1} \cdot \vec{d}$ $\Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 & 0,5 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ -0,5 \\ 0 \end{pmatrix}$																																																				
Geometrie	Wie bestimmt man den Bildpunkte P' bei einer a) Verschiebung um (4 3 6)? b) Zentr. Streckung von (3 2 3) aus um 2 c) Drehung um (3 2 3) zur x1x2-Ebene d) Spiegelung an x1x2-Ebene	$\vec{OP'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{OP} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\vec{OP'} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{OP} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{OP'} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{OP} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$																																																				
Analysis	Eine Insektenpopulation umfasst zu Beginn 120 Eier, 40 Larven und 24 Insekten. Pro Monat werden aus 25% der Eier Larven, aus 50% der Larven Insekten und jedes Insekt legt, kurz vor seinem Tod, 8 Eier. a) Bestimmen Sie die Fkt-Gleichung der Populationsentwicklung. b) Wann würde die Population aussterben?	Eier Insekten Larven 0,25 0,50 8 $\vec{f}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}^x \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ 40 \\ 24 \end{pmatrix}$ <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr><tr><td>120</td><td>192</td><td>160</td><td>120</td><td>192</td><td>160</td><td>120</td><td>192</td><td>160</td><td>120</td><td>192</td><td>160</td><td>120</td></tr><tr><td>40</td><td>30</td><td>48</td><td>40</td><td>30</td><td>48</td><td>40</td><td>30</td><td>48</td><td>40</td><td>30</td><td>48</td><td>40</td></tr><tr><td>24</td><td>20</td><td>15</td><td>24</td><td>20</td><td>15</td><td>24</td><td>20</td><td>15</td><td>24</td><td>20</td><td>15</td><td>24</td></tr></table>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	120	192	160	120	192	160	120	192	160	120	192	160	120	40	30	48	40	30	48	40	30	48	40	30	48	40	24	20	15	24	20	15	24	20	15	24	20	15	24
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12																																										
120	192	160	120	192	160	120	192	160	120	192	160	120																																										
40	30	48	40	30	48	40	30	48	40	30	48	40																																										
24	20	15	24	20	15	24	20	15	24	20	15	24																																										
Stochastik	Eine Münze wird so lange geworfen bis das Muster zzz (gewonnen) oder ww (verloren) auftritt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dieses Spiel zu gewinnen?	z w w z w w z w w 0,5 0,5 0,5 1 1 1 $\vec{P}(E) = M^\infty \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ <table><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0,5</td><td>0</td><td>0</td><td>0,5</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0,5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0,5</td><td>0,5</td><td>0,5</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0,5</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	0,5	0	1																											
0	0	0	0	0																																																		
0,5	0	0	0,5	0																																																		
0	0,5	0	0	0																																																		
0,5	0,5	0,5	0	0																																																		
0	0	0,5	0	1																																																		

Stochastik I Vorhersagen von Wkn

(mit Baumdiagrammen)



einfache Bäume	Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man damit rechnen, dass in einem Kurs von 23 Schülern mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben?	(1) E: mind. 2 Personen am gleichen Tag $\bar{E}$: 0 oder 1 Person am gleichen Tag d.h. alle an einem anderen Tag (2) (3) $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot 343}{365^{23}} = 50,73\%$
Mammutbäume	a) Ein Lehrer gibt vor einer Prüfung einen Fragenkatalog mit 50 Fragen heraus, von denen dann 5 dem Prüfling vorgelegt werden. Hans bereitet sich auf 10 der Fragen vor. Mit welcher Wk erhält er genau 2 vorbereitete Fragen? b) Eine Münze wird so lange geworfen, bis das Muster zzz (gewonnen) oder ww (verloren) eintritt. Wie groß ist die Wk bei diesem Spiel zu gewinnen? Nach wie vielen Würfeln ist das Spiel mit 95%-iger Sicherheit beendet?	(1) E: genau 2 der 5 Fragen sind vorbereitete (2) (3) $P(E) = \left(\frac{10}{50} \cdot \frac{9}{49} \cdot \frac{40}{48} \cdot \frac{39}{47} \cdot \frac{38}{46} \right) \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 20,98\%$ (1) E: Spielgewinn, d.h. zzz vor ww (2) (3) $\vec{P}(E) \approx M^{100} \cdot \vec{v}_0 = (0 0 0 0 0,3 0,7)^T$
bedingte Bäume	Die Alarmanlage eines Geschäftes gibt bei einem Einbruch mit der Wk 0,99 Alarm. Aber auch ohne Einbruch gibt sie mit der Wk 0,005 (falschen) Alarm. Die Einbruchswk in der Nacht beträgt 0,001. Wie groß ist die Wk, dass wenn der Alarm ausgelöst wird, tatsächlich ein Einbruch stattfindet?	(1) E: A B, d.h. ein Einbruch B findet statt unter der Bedingung A, dass der Alarm ausgelöst wurde (2) (3) $P(E) = P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,001 \cdot 0,99}{0,001 \cdot 0,99 + 0,999 \cdot 0,005} = 16,54\%$

Standardlösungsverfahren

- (1) E: (Was soll passieren? evtl. $\bar{E}$)
- (2) Baum (E schrittweise pass. lassen)
- (3) $P(E) = \dots$ (mit Pfadregeln bestimm.)
 - $P(E) = P(E_1) \cdot \text{Anzahl Pfade}$
 - $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$
 - $P(E) = \text{Bin}_{n,p}(X \leq x)$

Zufallsvorgang $\leftrightarrow$ det. Vorgang

Ausgang, Ereignis, $\bar{E}$

Baum (Wurzel, Knoten, Ast, Pfad)
bedingter Bäume, $P_A(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A)$

wann: $5! \cdot \frac{5!}{3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{(8+4)!}{8! \cdot 4!}$

wann: $\text{Bin}_{20,0,8}(X=14) \leftrightarrow \text{Bin}_{20,0,8}(X \leq 14)$

wann: $\text{Bin}(x)$, $\text{Hyp}(x)$, $\text{Nor}(x)$

$P_{\text{spek}} \leftrightarrow p_0$: Hauptstrebereich HSB

Aufbereitung einer Daten-URListe

als Rangliste (Spannweite, Median)

als Häufigkeitsliste (Modal-, Mittel-, Streu-)

als Säulendiagramm (Histogramm, Boxplot)

$\bar{x}$, $s \leftrightarrow \mu$, σ ; $\sum x_i \cdot p_i$; $\sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 \cdot p_i}$

Stochastik II Vorhersagen von Wkn

(mit Funktionen¹)



binomiale Bäume	Eine Maschine produziert 10% Ausschuss. Bestimme die Wk, dass von 6000 Stanzteilen höchstens 580 defekt sind.	(1) E: Man erhält höchstens 580 defekte. (2) (3) $P(X \leq 580) = \text{Bin}_{6000, 0,1}(X \leq 580) = 20,12\%$ $[\approx \text{Nor}_{600, 23,24}(X \leq 580,5)]$
hypergeom.	Mit welcher Wk erhält man beim Skatspielen (10 von 32 Karten) höchstens 2 Buben?	(1) E: Ich erhalte 0, 1 oder 2 Buben. (2) (3) $P(X \leq 2) = \text{Hyp}_{6,6,49}(X \leq 2) = 98,14\%$
stetige Knotenwerte	Auf einer Hühnerfarm mit sehr vielen Hühnern stellt sich heraus, dass ein Ei im Durchschnitt 50g wiegt (Standardabweichung 5g). Wie groß ist die Wk, dass ein zufällig herausgegriffenes Ei zwischen 48g und 54g wiegt?	(1) E: Das gegriffene Ei wiegt 48g-54g (2) (3) $P(E) = \text{Nor}_{50,5}(48 \leq X \leq 54) = \text{Nor}_{50,5}(X \leq 54) - \text{Nor}_{50,5}(X \leq 48) = 44,35\%$

n gesucht	Wie oft muss man einen gerechten Würfel mind. werfen, um mit einer Wk von mind. 95% mind. 2-mal eine "6" zu erhalten?	(1) E: Man erhält mind. 2-mal eine "6" (2) (3) $P(X \geq 2) \geq 0,95$ $\Rightarrow \text{Bin}_{n,0,167}(X \geq 2) \geq 0,95$ $\Leftrightarrow 1 - \text{Bin}_{n,0,167}(X \leq 1) \geq 0,95$ $\Leftrightarrow \text{Bin}_{n,0,167}(X \leq 1) \leq 0,05$ $\Rightarrow n \in [27; \infty)$
p gesucht (schätzen)	Man hat keinen Anhaltspunkt, wie groß die Tref-ferwahrscheinlichkeit p für eine "6" bei einem verbeulten Würfel ist. Deshalb wirft man ihn 50-mal und erhält 32-mal eine "6". Schätze p mit einem 95% Vertrauensintervall.	(1) E: Man erhält 32-mal eine "6" (2) (3) Annahme: E liegt im HSB. $\Rightarrow 0,025 \leq \text{Bin}_{50,p}(X \leq 32) \leq 0,975$ $\Rightarrow p \in [0,5123; 0,7708]$
x gesucht (testen)	Max vermutet, dass er übersinnliche Kräfte hat und mit einer Wünschelrute unterirdisches Wasser erkennen kann. Bei 44 Versuchen stimmen seine Angaben in 29 Fällen. Ist damit seine Vermutung bestätigt? (Signifikanzniveau 5%)?	(1) E: Man erhält 29 Treffer bei 44 Versuchen (2) (3) Liegt E noch im HSB? $\Rightarrow 0,025 \leq \text{Bin}_{44,0,5}(X \leq 29) \leq 0,975$ $\Rightarrow x \in [16; 28]$ Da das Stichprobenergebnis E außerhalb des HSB (95%) von H_0 liegt, kann H_0 abgelehnt werden. D.h. man kann davon ausgehen, dass Max nicht nur rät.

¹ Die Funktionswerte von Bin(x), Hyp(x), Nor(x) lassen sich leicht ermitteln mit dem Excelblatt *stochastik.xls* unter www.stefanbartz.de