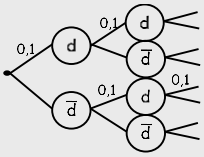
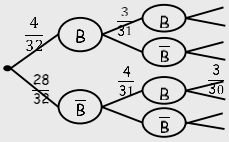
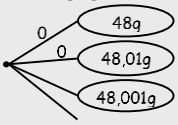
Vorhersagen von Wkn mit Funktionen

Ziel Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Bin-, Hyp- oder Nor-Funktion vorhersagen.

Beispiel

binomiale Bäume	Eine Maschine produziert 10% Ausschuss. Bestimmen Sie die Wk, dass von 6000 Stanzteilen höchstens 580 defekt sind.	(1) E: Man erhält höchstens 580 defekte (2)  $Bin_{n;p}(E)$ verwendbar n = 6000 p = 0,1 E: X ≤ 580 (3) $P(X\le580) = Bin_{6000;\,0,1}(X\le580) = 20{,}12\%^*$ $\approx Nor_{600;\,23,24}(X\le580{,}5)$
hypergeom. Bäume	Mit welcher Wk erhält man beim Skatspielen (10 von 32 Karten) höchstens 2 Buben?	(1) E: Ich erhalte 0, 1 oder 2 Buben (2)  $Hyp_{n;R;N}(E)$ verwendbar n = 10 R = 4 N = 32; E: X ≤ 2 (3) $P(X\le2) = Hyp_{10;4;32}(X\le2) = 92{,}07\%^*$
stetige Knotenwerte	Auf einer Hühnerfarm mit sehr vielen Hühnern stellt sich heraus, dass ein Ei im Durchschnitt 50g wiegt (Standardabweichung 5g). Wie groß ist die Wk, dass ein zufällig herausgegriffenes Ei zwischen 48g und 54g wiegt?	(1) E: Das gegriffene Hühnerei wiegt 48g–54g (2)  $Nor_{\mu,\sigma}(E)$ verwendbar μ = 50; σ = 5 E: 48 ≤ X ≤ 54 (3) $P(E) = Nor_{50;\,5}(48\le X\le54)$ $= Nor_{50;\,5}(X\le54) - Nor_{50;\,5}(X\le48)$ $= 44{,}35\%^*$

* Funktionswerte ermitteln mit der Exceldatei *stochastik.xls* unter www.stefanbartz.de

Merke

Worin unterscheiden sich die Funktionen der Stochastik von denen der Analysis?

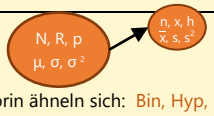
	Analysis	Stochastik
Variablennamen	x, y	x, P
Die Variablen stehen für:	bel. Größen	Ausgänge u. deren Wkn
allgemeine Funktion	f(x)	P(x)
konkrete Funktion	sin(x)	Bin(x)
Scharparameter	$f_k(x)$	$Bin_{n;\,p}(x)$
Flächeninhalt	$\int_{-\infty}^{\infty} f = ?$	$\int_{-\infty}^{\infty} P = 1$
x-Werte Graph	meist stetig stetiger Graph	oft diskret Punkte-Graph (Histogramm)

Eine derartige Variable x nennt man Zufallsvariable (oder Zufallsgröße).
Eine derartige Funktion P nennt man Wks-Verteilung.

Wie lautet die Funktionsgl. von Bin, Hyp und Nor? (auch in kumulierter Form)

$$Bin_{n,p}(X=x) = p^x\cdot(1-p)^{n-x}\cdot\binom{n}{x}$$

$$Hyp_{n,R,N}(X=x) = \frac{\binom{R}{x}\cdot\binom{N-R}{n-x}}{\binom{N}{n}};\qquad Nor_{\mu,\sigma}(X=x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-0.5\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



Worin ähneln sich: Bin, Hyp, Nor

Wann gilt: Hyp ≈ Bin ≈ Nor

Wie bestimmt man μ, σ² generell, wie schnell bei Bin, Hyp, Nor?

- Gesamtanzahl, Merkmalsanzahl, Merkmalsanteil, Mittelwert, Standardabw., Varianz — in Grundgesamtheit und Stichprobe
- glockenförmig; Hochstelle bei μ, Wendestelle bei μ ± σ
- bei σ > 3 (Bin|Hyp ≈ Nor) — bei N > 20·n (Hyp ≈ Bin)
- $\mu = \sum x_i p_i$ $\quad \sigma^2 = \sum(x_i-\mu)^2 p_i$ — wie in GG und Stichprobe?
  Bin (Hyp): $\mu = np$ $\quad \sigma^2 = np(1-p)\cdot\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ — Nor: $\mu \approx \bar{x}$ $\quad \sigma \approx s$

Übung

$Bin_{n;p}(x)$ | $Hyp_{n;R;N}(x)$ | $Nor_{\mu;\sigma}(x)$

1 Ein Tierarzt behandelt 20 kranke Tiere mit einem Medikament, das nach Angaben des Herstellers in 80% aller Anwendungen zur Heilung führt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass a) mindestens 14, b) höchstens 9 der behandelten Tiere geheilt werden? 0,9133|0,056

2 Aus einer Urne mit 40 roten und 60 schwarzen Kugeln wird 12 ohne Zurücklegen gezogen. Mit welcher Wk zieht man a) höchstens 8, b) mind. 5 schwarze Kugeln? 0,7906|0,9538

3 Zur Behandlung einer nicht ansteckenden Krankheit wird ein Medikament verabreicht, das erfahrungsgemäß mit einer Wk von 57% zur Besserung führt. Es werden 60 Patienten mit diesem Medikament behandelt. Mit welcher Wk bessert sich der Zustand bei mindestens der Hälfte der Patienten? 0,8894

4 Eine Maschine stellt Schrauben mit einem Ausschussanteil von 5% her. Wie groß ist die Wk, dass unter 4 zufällig ausgewählten Schrauben keine Ausschussware ist? 0,8145