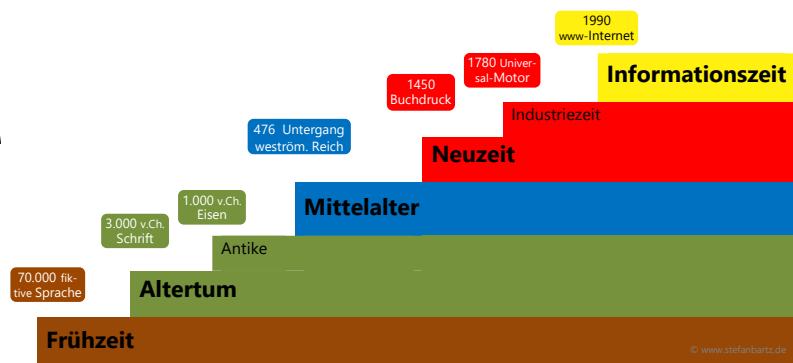
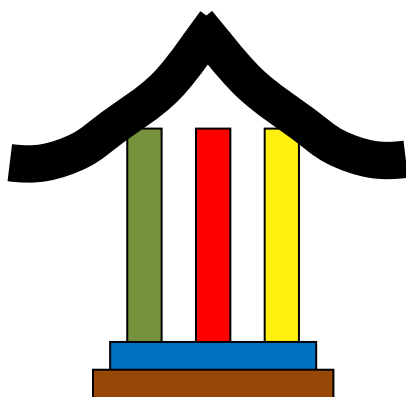
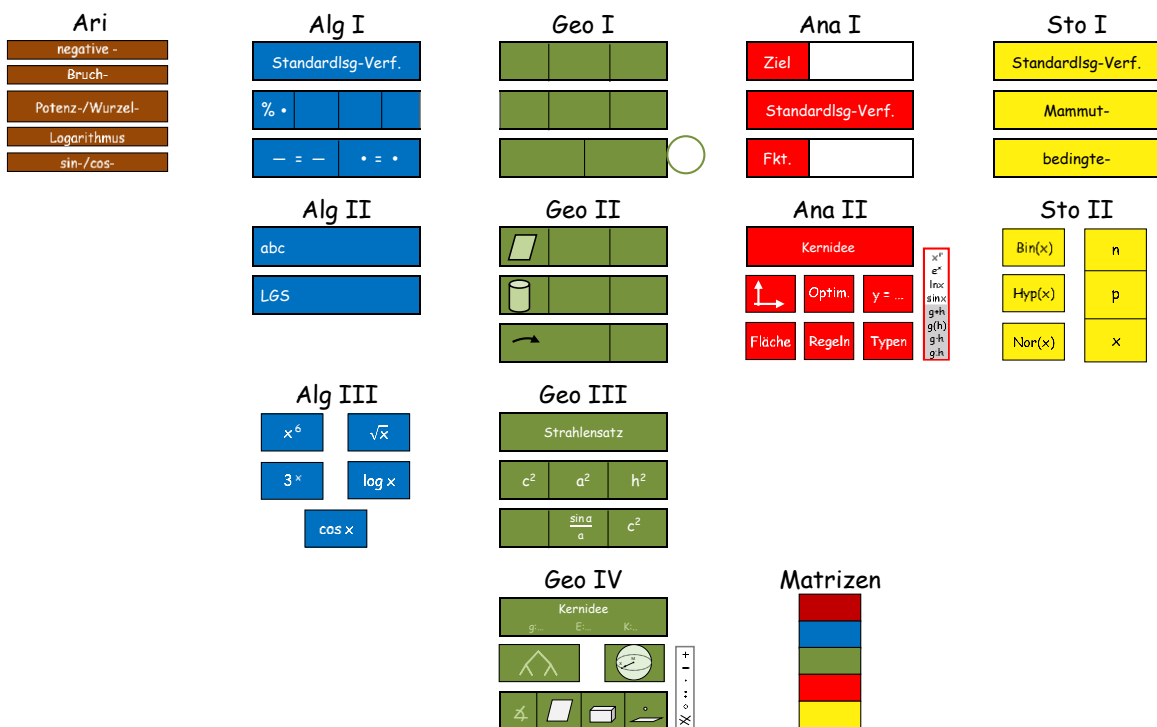


# Mathematik

## Sekundarstufe I



=====



# Arithmetik Rechnen mit Zahlen

(mit und ohne TR)



|                              | +                                               | -                              | ·                                                      | :                              | bestimme<br>ohne TR   |
|------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| negat. Zahlen                | $(-2)+(-3)=$                                    | $(-7)-(-4)=$                   | $(-53) \cdot (-2) =$                                   | $6 : (-2) =$                   |                       |
| Klammern entf., Zahlenstrahl |                                                 |                                | ohne Vorzeichen rechnen,...                            |                                |                       |
| Bruchzahlen                  | $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} =$                   | $3\frac{2}{5} - \frac{3}{4} =$ | $-\frac{15}{4} \cdot \frac{2}{5} =$                    | $\frac{6}{5} : \frac{3}{10} =$ | $\frac{4}{7}$         |
| Hauptnenner                  |                                                 | Z·Z, N·N                       |                                                        | • Kehrwert                     |                       |
| Potenzzahlen                 | $2^3 + 2^4 =$<br>$2^3 + 6^3 =$                  | $5^3 - 5^2 =$<br>$2^3 - 4^3 =$ | $8^4 \cdot 8^2 =$<br>$5^4 \cdot 2^4 =; (2^3)^4 =$      | $4^0 : 4^1 =$<br>$9^7 : 3^7 =$ | $3^{-2}$<br>$4^{3/2}$ |
| Wurzelzahlen                 | $\sqrt{2} + \sqrt{3} =$                         | $\sqrt{7} - \sqrt{3} =$        | $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$                           | $\sqrt{98} : \sqrt{2} =$       | $\sqrt[3]{40}$        |
|                              |                                                 | zusammenziehbar P1-P3          |                                                        |                                |                       |
| Logarithmus-Z                | $\log_2 3 + \log_2 4 =$<br>$7 \cdot \log_5 2 =$ |                                | $\log_2 3 \cdot \log_2 5 =$<br>$\log_2 3 : \log_2 5 =$ |                                | $\log_2 100$          |
|                              |                                                 | zusammenziehbar L1-L2          |                                                        |                                |                       |
| Sinus-Zahlen                 | $\sin 20^\circ + \sin 30^\circ =$               |                                |                                                        |                                | $\sin 40^\circ$       |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Rechenzeichen und Vorzeichen</b><br>a) ... müssen durch Klammern getrennt werden: $(+4) - (+2)$<br>b) (+) Vorzeichen können weggelassen werden: $(+4) - (+2) =$<br>c) +(-); -(-) Klammern können aufgelöst werden: $7 + (-2) - (-5) - (+1) =$<br><b>Potenz- vor Punkt- vor Strichrechnung</b> (ansonsten von links nach rechts)<br>$6 - 3^2 \cdot 5 =$ ; $-3^2 =$ ; $(-3)^2 =$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  | <b>Schreibweise ändern:</b> $1,79 =$ $5\frac{2}{3} =$ $15\% =$ $8,6 \cdot 10^{-3} =$<br><b>Runde auf Hundertstel:</b> $3,4749 \approx$ $0,2951 \approx$<br><b>Begriffe:</b> Primzahl, Differenz, Produkt, Quotient, Anteil<br>Umkehrungen: $\sqrt{13^2} =$ ; $(\sqrt{13})^2 =$ ; $2^{\log_2 5} =$ ; $\log_2 2^3 =$<br>Zeichne bzw. schätze: $\alpha = 1^\circ$ , $\beta = 1$ , $\sin 1^\circ =$ , $\sin 1 =$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Wichtige Brüche:</b> $\frac{0}{1}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$                                                                                                                                                                                                |  |  |  |  |  |  |  |  |  | $1$ $0,1$ $0,5$ $0,2$ $0$ $0,3$ $0,125$ $0,16$ $\infty$ $0,14..$ $0,1$ $0,25$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

# Algebra I Rechnen mit Variablen

(Lineare Gleichungen)



|        |                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                    |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Bruch- | Frank und seine Mutter sind zusammen 48 Jahre alt. Die Mutter ist 3-mal so alt wie Frank.<br>(1) x: Alter von Frank<br>(2) $x + 3 \cdot x = 48$<br>(3) $\Leftrightarrow 4x = 48$<br>$\Leftrightarrow x = 12$ | Dividiert man 15 durch eine natürliche Zahl und dividiert man 12 durch deren Nachfolger, so ist die Differenz dieser Quotienten gleich 30 durch Produkt von Zahl u. Nachfolger.<br>(1) x: die natürl. Zahl<br>(2) $\frac{15}{x} - \frac{12}{x+1} = \frac{30}{x(x+1)}$ $ - \cdot x \cdot (x+1)$<br>(3) $\Leftrightarrow 15(x+1) - 12x = 30$<br>$\Leftrightarrow x = 5$ | <b>Standardlösungsverfahren</b><br>(1) Welche Zahl ges.? x : ...<br>(2) Gleichung aufstellen<br>(3) x allein stellen<br>1) Brüche entfernen<br>2) Klammern entfernen<br>3) Gleiches zusammenfassen |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

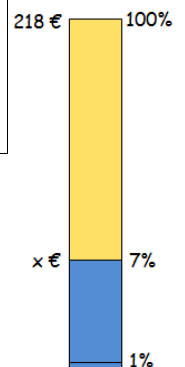
|             |                                                                                       |                                                                              |                                                                                                                                            |                                                                                                                                            |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| %-, Zinsen- | 7% von 218 €<br>(2) $0,07 \cdot 218 = x$<br>(3) $\Leftrightarrow x = 15,26 \text{ €}$ | 6 € von 29 €<br>(2) $6 : 29 = x$<br>(3) $\Leftrightarrow x \approx 20,68 \%$ | Wie teuer ist ein 800 € Sofa ohne MwSt?<br>19% Zu. von x €<br>(2) $1,19 \cdot x = 800$<br>(3) $\Leftrightarrow x \approx 672,27 \text{ €}$ | 5% Zinsen auf 4000€, 9 Jahre lang<br>5% Zu. von 4000 €<br>(2) $1,05^9 \cdot 4000 = x$<br>(3) $\Leftrightarrow x \approx 6205,31 \text{ €}$ |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

3% Rabatt  
5% Zuschlag

|           |                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                   |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dreisatz- | Wie viel kosten 1,8 kg Käse, wenn 3 kg Käse 5,2 € kosten?<br>(2) $\frac{x \text{ €}}{1,8 \text{ kg}} = \frac{5,2 \text{ €}}{3 \text{ kg}}$<br>(3) $\Leftrightarrow x = 3,12 \text{ €}$ | Wie schnell sind 7 Arbeiter, wenn 5 Arbeiter 23 Stunden benötigen?<br>(2) $x \text{ Std} \cdot 7 \text{ A} = 23 \text{ Std} \cdot 5 \text{ A}$<br>(3) $\Leftrightarrow x \approx 16,43 \text{ h}$ |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

verdoppelt sich kg, so  
verdoppelt sich €

verdoppelt sich A-Zahl, so  
halbiert sich Std-Zahl



# Algebra II

## Rechnen mit Variablen

(Quadratische u. Systeme von Gleichungen)



### Quadratische Gl.

Ein Swimmingpool 30m x 20m soll von einem Weg umgeben werden. Wie breit muss der Weg sein, damit seine Fläche insgesamt 360m<sup>2</sup> beträgt?

(1) x : Wegbreite in m  
 (2)  $(30+2x) \cdot x + 20 \cdot x = 360$   
 (3)  $\Leftrightarrow 4x^2 + 100x = 360$   
 $\Leftrightarrow x^2 + 25x = 90 \quad | +12,5^2$   
 $\Leftrightarrow (x+12,5)^2 = 246,25$   
 $\Leftrightarrow |x+12,5| = \sqrt{246,25}$   
 $\Leftrightarrow \pm(x+12,5) = \sqrt{246,25}$   
 $\Leftrightarrow x + 12,5 = \pm \sqrt{246,25}$   
 $\Leftrightarrow x \approx 3,19 \text{ oder } x \approx -28,19$

(1) x : Wegbreite in m  
 (2)  $(30+2x) \cdot 2x + 20 \cdot x = 360$   
 (3)  $\Leftrightarrow 4x^2 + 100x - 360 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-360)}}{2 \cdot 4}$   
 $\Leftrightarrow x \approx 3,19 \text{ oder } x \approx -28,19$

### Klammern setzen und entfernen

$(a+b)^2 = \square$      $(a-b)^2 = \square$      $(a+b)(a-b) = \square$   
 $(a+b)(c+d) = \square$      $4-(a-2)(a-3) = \square$      $-3(x \cdot 5) = \square$   
 $12a^2 - 18a = \square$      $9x^2 - 30x + 25 = \square$

### Betragsstriche setzen und entfernen

$(x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow |x-1| = 3 \Leftrightarrow \pm(x-1) = 3$

### abc-Formel

$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### Systeme von Gl.

Wie viel 3,5%ige Vollmilch und 0,5%ige Magermilch muss man mischen, um 8l 1%iger Milch zu erhalten?

(1) v: l Vollmilch; m: l Magermilch  
 (2)  $\begin{pmatrix} v + m = 8 \\ 0,035v + 0,005m = 0,08 \end{pmatrix} \cdot 200$   
 (3)  $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} v + m = 8 \\ 6v = 8 \end{pmatrix}$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} m = 6\frac{2}{3} \\ v = 1\frac{1}{3} \end{pmatrix}$

Löse folgendes Gleichungssystem

(2)  $\begin{pmatrix} 2a + 3b + 4c = 1,4 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \\ 5a + 4b + 3c = 1,4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow -4 \cdot 3 \\ \leftarrow -3 \end{matrix}$   
 (3)  $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 14a - 5b = 6,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \end{pmatrix} \leftarrow -$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3b = 1,2 \\ 14a - 2b = 5 \\ 3a - 2b - c = 1,2 \end{pmatrix}$   
 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} b = -0,4 \\ a = 0,3 \\ c = 0,5 \end{pmatrix}$

# Algebra III

## Rechnen mit Variablen

(weitere Abfragegleichungen)



### Potenz-

Verdreifacht man die Kantenlänge eines Würfels, so nimmt sein Volumen um 3250m<sup>3</sup> zu.

(1) x: urspr. Kantenlänge in m  
 (2)  $(3x)^3 = x^3 + 3250$   
 (3)  $\Leftrightarrow 27x^3 - x^3 = 3250$   
 $\Leftrightarrow x^3 = 125 \quad | \text{hoch } 1/3$   
 $\Leftrightarrow x = 5$

gerade Potenzen mit Betragsstrichen entf.

### Wurzel-

Löse folgende Gleichung

(1) x: ges. Zahl  
 (2)  $\sqrt{2x-3} + 12 = 5$   
 (3)  $\Leftrightarrow \sqrt{2x-3} = -7 \quad | \text{hoch } 2$   
 $\Leftrightarrow 2x - 3 = 49$   
 $\Leftrightarrow x = 26$   
 Probe  $\Rightarrow L = \{ \}$

gerader Wurzeln mit Probe entf.

### Exponential-

Löse folgende Gleichung

(1) x: ges. Zahl  
 (2)  $7^{x-1} = 3 \cdot 5^x \quad | \log_{10}$   
 (3)  $\Leftrightarrow (x-1) \cdot \log 7 = \log 3 + x \cdot \log 5$   
 $\Leftrightarrow x(\log 7 - \log 5) = \log 3 + \log 7$   
 $\Leftrightarrow x \approx 9,05$

### Logarithmus-

Löse folgende Gleichung

(1) x: ges. Zahl  
 (2)  $\log x^2 + \log \sqrt{x} = 10$   
 (3)  $\Leftrightarrow \log x^{2,5} = 10 \quad | 10 \text{ hoch}$   
 $\Leftrightarrow 10 \log x^{2,5} = 10^{10}$   
 $\Leftrightarrow x^{2,5} = 10^{10}$   
 $\Leftrightarrow x = 10000$

### Trigonometrie

Wie groß muss der Öffnungswinkel einer 2m langen Stehleiter sein, damit ihre Höhe 1,9m beträgt?

(1) x: halber Öffnungswinkel  
 (2)  $\cos x = \frac{1,9}{2} \quad | \cos^{-1}$   
 (3)  $\Leftrightarrow \cos^{-1} \cos x = \cos^{-1} 0,95$   
 $\Leftrightarrow x \approx 18,19^\circ$

P1  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

P2  $a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$

P3  $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$

P4  $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$

P5  $a^{r/s} = \sqrt[s]{a^r}$

L1  $\log_b a + \log_b c = \log_b (a \cdot c)$

L2  $r \cdot \log_b a = \log_b a^r$

L3  $\log_b a = \frac{\log_a a}{\log_a b}$

$\log 5 = \log_{10} 5; \ln 5 = \log_e 5$

$\log_2 2^x = x; 2^{\log_2 3x} = 3x$

$\sin 1^\circ \neq \sin 1$   
 $(5^2)^3 \neq 5^{2^3}$

# Geometrie I Vermessen von Gegenständen

(Winkel, Dreiecke, Vierecke)



|        |                                      |                                      |                                                                  |
|--------|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Winkel | <b>Scheitel- und Nebenwinkel</b><br> | <b>Stufen- und Wechselwinkel</b><br> | <b>Winkelsumme n-Eck: <math>(n-2) \cdot 180^\circ</math></b><br> |
|--------|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------|

|             |                                                                                |                                               |                                              |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Kreiswinkel | <b>Sehnenkreiswinkel</b><br><br>alle gleich groß<br>= 0,5 · Mittelpunktswinkel | <b>Thaleskreiswinkel</b><br><br>alle 90° groß | <b>Tangentenkreiswinkel</b><br><br>immer 90° |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|

|                   |                       |                                                                                                                                                                  |  |
|-------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Dreiecke/Vierecke |                       |                                                                                                                                                                  |  |
|                   | <b>Dreieckslinien</b> | <b>Mittelsenkr.</b> → Umkreispunkt<br><b>Seitenhalb.</b> → Schwerpunkt; $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$<br><b>Winkelhalb.</b> → Inkreispunkt<br><b>Höhen</b> → ----- |  |

# Geometrie II Vermessen von Gegenständen

(Fläche, Volumen)



|        |                                                 |                                                                   |                                          |
|--------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| Fläche | <b>Parallelelogramme</b><br>$A = g \cdot h$<br> | <b>halbe Parallelelogramme</b><br>$A = \frac{1}{2} g \cdot h$<br> | <b>Kreise</b><br>$A = \pi \cdot r^2$<br> |
|        | $A \leftrightarrow U$                           | $A_{\text{Dreieck}} =$                                            | $U = 2\pi \cdot r$                       |

|         |                                                   |                                                            |                                                           |
|---------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| Volumen | <b>parallel zulaufende</b><br>$V = G \cdot h$<br> | <b>spitz zulaufende</b><br>$V = \frac{1}{3} G \cdot h$<br> | <b>rund zulaufende</b><br>$V = \frac{2}{3} G \cdot h$<br> |
|         | $M = 2 \cdot a \cdot h_a$                         | $M = \pi r \cdot s$                                        | $M = 2G$                                                  |

|              |  |  |  |                |                  |              |
|--------------|--|--|--|----------------|------------------|--------------|
| Maßeinheiten |  |  |  | <b>Präfixe</b> | <b>Einheiten</b> | <b>Werte</b> |
|              |  |  |  | 1              | Kilo             | milli        |
|              |  |  |  | 2              | Mega             | μkro         |
|              |  |  |  | 3              | Giga             | nano         |
|              |  |  |  | 4              | Tera             | pikto        |
|              |  |  |  | 5              | Peta             | femto        |
|              |  |  |  | 6              | Exa              | atto         |
|              |  |  |  | 7              | Zetta            | zepto        |
|              |  |  |  | 8              | Yotta            | yokto        |

1 kWh = 3,6 MJ [MWs] [MNm]; (tägl. Energiebedarf: 3 kWh)

Atomr. ≈ 0,1 nm

1 C = 6,24 E e-

1 Mol = 0,602 Y

# Geometrie III Vermessen von Gegenständen

(mit Dreiecken)



|               |                                                                                                                                        |                                                                                                     |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Strahlensatz  | Bei ähnl. Dreiecken ist der <b>Vergrößerungsfaktor</b><br>aller entspr. Seiten gleich: $\frac{a_g}{a} = \frac{b_g}{b} = \frac{c_g}{c}$ |                                                                                                     |
|               |                                                                                                                                        |                                                                                                     |
| Pythagoras    | <b>Pythagoras</b><br>$c^2 = a^2 + b^2$<br>                                                                                             | <b>Katheten-</b><br>$a^2 = p \cdot c$ $b^2 = q \cdot c$   <b>Höhensatz</b><br>$h^2 = p \cdot q$<br> |
|               |                                                                                                                                        | $a =$<br>$b =$<br>$h =$                                                                             |
| Trigonometrie | <b>Sinus-Definition</b><br>$\sin \alpha = \frac{G}{H}, \cos \alpha = \frac{A}{H}, \tan \alpha = \frac{G}{A}$<br>                       | <b>Sinussatz</b> $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$<br>         |
|               |                                                                                                                                        | <b>Kosinussatz</b><br>$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$<br>                                 |

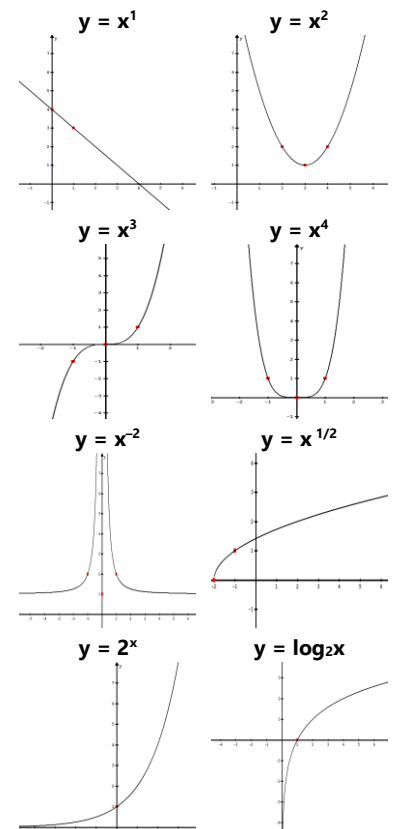
⚠ Achtung, damit nicht den Winkel gegenüber der größeren Seite berechnen (sSwv).

# Analysis I Vorhersagen von Vorgängen

(mit Grundfunktionen)



| Ziel                  | Vorgänge vorhersagen zu können, indem man die Gesetzmäßigkeit zwischen den Größen des Vorgangs (x und y) herausfindet.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------|---|---|---|----|---|----|---|-----|----|----|
| Standard-Lösungsverf. | <p>Beim Schießen einer Feuerwerksrakete werden untenstehende Werte gemessen. Wie hoch ist die Rakete nach 10 Sek., wann ist sie 30 m hoch?</p> <p>① Wertetabelle aufstellen<br/>② Gesetzmäßigkeit f erkennen<br/>y-Werte werden in 2. Stufe konstant<br/><math>\Rightarrow f: y = ax^2 + bx + c</math><br/>③ Punkte einsetzen und LGS lösen</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x [sek]</th> <th>y [m]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>46</td></tr> <tr><td>2</td><td>82</td></tr> <tr><td>3</td><td>108</td></tr> <tr><td>10</td><td>30</td></tr> </tbody> </table> <p><math>\begin{pmatrix} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a + b = 46 \\ 4a + 2b = 82 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} c = 0 \\ b = 51 \\ a = -5 \end{pmatrix} \Rightarrow f: y = -5x^2 + 51x</math></p> <p>Mit der gefundenen Gesetzmäßigkeit f lässt sich der Vorgang dann vorhersagen:<br/> <math>y = -5 \cdot 10^2 + 51 \cdot 10 = \underline{10 \text{ m}}</math><br/> <math>30 = -5 \cdot x^2 + 51 \cdot x \Leftrightarrow \underline{x = 0.63 \text{ sek} \text{ oder } x = 9.57 \text{ sek}}</math></p> | x [sek] | y [m] | 0 | 0 | 1 | 46 | 2 | 82 | 3 | 108 | 10 | 30 |
| x [sek]               | y [m]                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
| 0                     | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
| 1                     | 46                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
| 2                     | 82                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
| 3                     | 108                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
| 10                    | 30                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |
| Funktion              | <p>Was? Gesetzmäßigkeit zwischen zwei Größen x und y</p> <p>3 Darstellungsformen Wertetabelle, Gleichung, Graph</p> <p>2 Schreibweisen <math>f: y = -5x^2 + 51x</math> und <math>f(x) = -5x^2 + 51x</math></p> <p>Unterscheide: Algebraische Gleichung: <math>2x^2 - 5 = 0</math> x steht für eine konkrete ges. Zahl</p> <p>Funktionsgleichung: <math>y = 4x^2 - 3x</math> x steht für <math>\infty</math> viele Zahlen</p> <p>12 Grundfktn nennen und zeichnen <math>x^{-2}, x^{-1}, x^0, x^1, x^2, x^3, x^4, x^{1/2}, 2^x, \log x, \sin x, \cos x</math></p> <p>Grundfktn verschieben, spiegeln und stauchen können. in x- und y-Richtung</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |       |   |   |   |    |   |    |   |     |    |    |



# Stochastik I Vorhersagen von Wkn

mit Baumdiagrammen



|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| einfache Bäume | Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man damit rechnen, dass in einem Kurs von 23 Schülern mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben?                                                                                                                                                    | <p>(1) E: mind. 2 Personen am gleichen Tag<br/> <math>\bar{E}</math>: 0 oder 1 Person am gleichen Tag<br/> d.h. alle an einem anderen Tag</p> <p>(2) </p> <p>(3) <math>P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot 343}{365^{23}} = 50,73\%</math></p> |
| Mammutbäume    | Ein Lehrer gibt vor einer Prüfung einen Fragenkatalog mit 50 Fragen heraus, von denen dann 5 dem Prüfling vorgelegt werden. Hans bereitet sich auf 10 der Fragen vor. Mit welcher Wk erhält er genau 2 vorbereitete Fragen?                                                                    | <p>(1) E: genau 2 der 5 Fragen sind vorbereitete</p> <p>(2) </p> <p>(3) <math>P(E) = \left( \frac{10}{50} \cdot \frac{9}{49} \cdot \frac{40}{48} \cdot \frac{39}{47} \cdot \frac{38}{46} \right) \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 20,98\%</math></p>                           |
| bedingte Bäume | Die Alarmanlage eines Geschäftes gibt bei einem Einbruch mit der Wk 0,99 Alarm. Aber auch ohne Einbruch gibt sie mit der Wk 0,005 (falschen) Alarm. Die Einbruchswk in der Nacht beträgt 0,001. Wie groß ist die Wk, dass wenn der Alarm ausgelöst wird, tatsächlich ein Einbruch stattfindet? | <p>(1) E: A B, d.h. ein Einbruch B findet statt unter der Bedingung A, dass der Alarm ausgelöst wurde</p> <p>(2) </p> <p>(3) <math>P(E) = P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,001 \cdot 0,99}{0,001 \cdot 0,99 + 0,999 \cdot 0,005} = 16,54\%</math></p>             |

|                          |                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Standardlösungsverfahren | <p>(1) E: (Was soll passieren?) evtl. <math>\bar{E}</math></p> <p>(2) Baum (E schrittweise passieren lassen)</p> <p>(3) <math>P(E) = \dots</math> (mit Pfadregeln bestimmen)</p> |
| Mammutbaum               | $P(E) = P(E_i) \cdot \text{Anzahl der Pfade}$<br>ggf. zu Treffer-/ Nichttreffer-Knoten zusammenfassen                                                                            |
| bedingter Baum           | Umkehrbaum zeichnen $\rightarrow P(A B) = P(A \cap B) / P(A)$<br>„A B“ bzw. „pos HIV“ meint: B falls A                                                                           |

| Anordnungsmöglichkeiten auf 5 Plätzen |          |         |
|---------------------------------------|----------|---------|
| Einträge                              | Beispiel | #       |
| 5 versch.                             |          | 5!      |
| 2 versch.                             |          | 2!      |
| 2 gl.                                 |          | 2! / 2! |

## Arithmetik Klasse 5 und 6

### Rechnen mit negativen Zahlen

- Rechne geschickt
  - $(+10) + (-6) - (+7)$
  - $(+15) - (-9) + (-12)$
  - $(-9) + (+16) - (-10)$
  - $(-75) + (+15) - (-36) - (+6)$
  - $(+100) + (-25,09) - (6,31)$
  - $(-64) - (+12) - (-80) - (-18)$
  - $(-6) + (-7) - [(+11) - (-5)]$
  - $7,5 - (+19) - [1,03 - (-22,47)]$
- Berechne
  - $2^3 - (-2)^3$
  - $(+0,25) \cdot (-1,2) + (-2,5) \cdot (-3,6)$
  - $(-5)^3 + (-5)^2$
  - $(-1,75) \cdot (+8) - (+1,01) \cdot (-12)$
  - $-3^2 + (-3)^2$
  - $[(-0,9) \cdot (-7) + (+1,8)] \cdot (+0,04)$
  - $(-1) \cdot (-7)^2$
  - $(-36) : (+9) - (+21) : (-7)$
  - $(+1) \cdot (-2) \cdot (-1)^4$
  - $(+9) : (-12) + (-15) : (-6)$
  - $(+3) + (-5)^2$
  - $(-96) : [(-8) + (+4)] \cdot (+6)$
  - $[-3^2 - (-2)^3]^5$
  - $[(+120) + (-43)] : [(-40) - (-18)]$

- $-3 | 12 | 17 | -30 | 68 | 22 | -29 | -35$
- $16 | 8 | 7 | -100 | -1,88 | 0 | 0,18 | -49 | -1 | 3 | 1,75 | 28 | 144 | -1 | -3,5$
- $1 \frac{2}{3} \mid 6 \frac{1}{4} \mid 6 \frac{5}{8} \mid 5 \frac{7}{12} \mid \frac{11}{5} \mid \frac{15}{2} \mid \frac{62}{15} \mid \frac{137}{6} \mid$
- $\frac{5}{12} \mid 8 \frac{1}{2} \mid 3 \frac{3}{4} \mid \frac{15}{1} \mid \frac{3}{10} \mid \frac{3}{4} \mid 1 \frac{1}{2} \mid 1 \frac{1}{3} \mid$
- $1 \mid 5,25 \mid 2,4$

### Rechnen mit Bruchzahlen

- Gemischte Schreibweise
  - $\frac{5}{3}$
  - $\frac{25}{4}$
  - $\frac{53}{8}$
  - $\frac{67}{12}$
  - $2 \frac{1}{5}$
  - $7 \frac{1}{2}$
  - $4 \frac{2}{15}$
  - $22 \frac{5}{6}$
- Berechne
  - $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6}$
  - $3 \frac{2}{3} + 4 \frac{5}{6}$
  - $\frac{3}{4} \cdot 5$
  - $1 \frac{2}{3} \cdot 9$
  - $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}$
  - $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$
  - $\frac{1}{4} : 3$
  - $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$
- Vermischte Aufgaben
  - $\left( 2 \frac{2}{3} \cdot 1 \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \cdot 1 \frac{1}{3} \right) : 3 \frac{1}{5}$
  - $4 \frac{3}{8} - 1 \frac{5}{22} : 3 \frac{3}{11} + 2 \frac{1}{7} \cdot \frac{7}{12}$
  - $\left( 2 \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^3 - \frac{3}{10} : 1 \frac{4}{5} \right) \cdot 4 \frac{4}{5}$
- Wie rechnet man mit Bruchzahlen (+|-|·|:)?
  - Wie wandelt man gemischte Brüche in echte um?
  - Wie wandelt man Dezimalbrüche in echte um?
  - Wichtige Dezimalbrüche kennen:  $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{9}$

# Arithmetik Klasse 10

## Rechnen mit Potenzzahlen

1) Bestimme im Kopf und prüfe mit dem TR.

- |                      |                          |                       |                |
|----------------------|--------------------------|-----------------------|----------------|
| a) $7^4$             | b) $(-2)^3$              | c) $(-1)^5$           | d) $2^{-3}$    |
| e) $1^{-4}$          | f) $-3^2$                | g) $3^{-2}$           | h) $(-4)^{-4}$ |
| i) $(\frac{1}{4})^2$ | j) $(-\frac{1}{3})^{-4}$ | k) $(-\frac{1}{5})^3$ | l) $(-1000)^0$ |

2) Fasse zusammen.

- |                         |                          |                         |                       |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|-----------------------|
| a) $5^2 \cdot 5^8$      | b) $(-3)^4 \cdot (-3)^1$ | c) $4^6 : 4^{-1}$       | d) $(-3)^7 : (-3)^5$  |
| e) $(-2)^{-2} : (-2)^4$ | f) $4^{-3} \cdot 4^5$    | g) $(-4)^3 : (-4)^{-5}$ | h) $8^{-2} \cdot 8^2$ |

- |                      |                          |                        |                       |
|----------------------|--------------------------|------------------------|-----------------------|
| 3) a) $x^4 : x^{-2}$ | b) $y^{-3} \cdot y^{-5}$ | c) $a^k \cdot a^{k+1}$ | d) $b^{-z} \cdot b^z$ |
| e) $e^{11} : e^{-5}$ | f) $r^x : r^{2x}$        | g) $k : k^n$           | h) $f^{-x} \cdot f$   |

- |                       |                 |                       |                 |
|-----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|
| 4) a) $(x^3)^4$       | b) $(y^{-1})^5$ | c) $(10^5)^{-2}$      | d) $(2^3)^{-4}$ |
| e) $(4^k)^k$          | f) $((-5)^2)^2$ | g) $(z^{2n})^{-x}$    | h) $(r^{-3})^v$ |
| i) $((-1)^{-6})^{-8}$ | j) $(p^q)^{2q}$ | k) $3^{-4} \cdot 5^3$ | l) $3^6 + 2^6$  |

- |                          |                          |                            |                         |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------|-------------------------|
| 5) a) $3^4 \cdot (-5)^4$ | b) $x^7 : y^7$           | c) $10^{-2} : (-2)^{-2}$   | d) $a^{-4} : (2a)^{-4}$ |
| e) $(a+b)^5 : (a-b)^5$   | f) $p^{10} : (p+2)^{10}$ | g) $169^{-8} : (-13)^{-8}$ | h) $5^x : (-2)^x$       |
| i) $x^y : (-x)^y$        | j) $8^{-x} \cdot 16^x$   | k) $5^y \cdot 4^{2y}$      | l) $3^{3n} : 27^n$      |

- |                                               |                                             |                                         |                           |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------|
| 6) a) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$ | b) $b^{\frac{2}{3}} : b$                    | c) $6^{-\frac{1}{2}} : 6^{\frac{2}{3}}$ | d) $(5b)^{-2} : b^{-2}$   |
| e) $y^{\frac{1}{4}} : y^{\frac{1}{q}}$        | f) $4^{-\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{3}{4}}$ | g) $y^{\frac{2}{3}} : y^{-\frac{1}{3}}$ | h) $a^{-\frac{1}{2}} : a$ |
| i) $(15y)^{-2} : (15y)^{-3}$                  | j) $(8x^2)^{\frac{3}{2}} \cdot (8x)^2$      |                                         |                           |

7) Vereinfache.

- |                                        |                                 |                                                |                                     |
|----------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$          | b) $\sqrt[5]{5} : \sqrt[3]{5}$  | c) $\sqrt[5]{11} : \sqrt[5]{11}$               | d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{4x}$       |
| e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$        | f) $\sqrt[3]{25} : \sqrt[3]{5}$ | g) $\sqrt{x} : \sqrt[4]{x}$                    | h) $\sqrt[3]{2}$                    |
| i) $\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3}$ | j) $\sqrt[4]{4x}$               | k) $\frac{1}{\sqrt[4]{12}} \cdot \sqrt[5]{12}$ | l) $\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[2n]{5}$ |

8) Vereinfache.

- |                              |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{4^9}}$ | b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{8^4}}$ | c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{216}}$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|

- |                           |                          |                          |                               |
|---------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 9) a) $(\sqrt[3]{5})^6$   | b) $(\sqrt[3]{2})^{-10}$ | c) $(\sqrt[5]{2})^{-2}$  | d) $(\sqrt[4]{x})^{-2}$       |
| e) $(\sqrt[3]{3})^4$      | f) $(\sqrt[10]{y^3})^5$  | g) $(\sqrt{5})^{2n}$     | h) $(\sqrt[3]{5^4})^{3n}$     |
| i) $(\sqrt[n]{t^3})^{2n}$ | j) $(\sqrt[2n]{x})^n$    | k) $(\sqrt{\sqrt{x}})^8$ | l) $(\sqrt{\sqrt{b^3}})^{4n}$ |

- |                                                        |                                                      |                                                  |
|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 10) a) $\frac{(15x^2y^{-3})^{-4}}{(25x^3y^{-6})^{-2}}$ | b) $\frac{(8a^3b^{-3})^{-2}}{(12a^{-2}b^{-4})^{-3}}$ | c) $\frac{(3u^4v^{-1})^2}{(9u^{-2}v^{-3})^{-1}}$ |
|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|

- |                                                                |                                                |                                                          |                                                   |
|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 11) a) $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{b^3}}$      | b) $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x}}$ | c) $\frac{5^{3m+2}}{7^{m+3}} : \frac{5^{2m-2}}{7^{m+2}}$ | d) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} : \sqrt[3]{a}}$ |
| e) $\frac{\sqrt[3]{2y} : \sqrt[3]{y}}{\sqrt{y} : \sqrt[4]{y}}$ | f) $\frac{\sqrt[3]{t} : \sqrt[3]{t}}{t}$       | g) $(\frac{10^n : 2^n}{\sqrt{5}})^2$                     |                                                   |

- 2)  $5^{10} | (-3)^5 | 4^7 | (-3)^2 | (-2)^{-6} | 4^2 | (-4)^8 | 1$   
 3)  $x^6 | y^{-8} | a^{2k+1} | 1 | e^{16} | r^{-x} | k^{1-n} | f^{-x+1}$   
 4)  $x^{12} | y^{-5} | 10^{-10} | 2^{-12} | 4^{k^2} | 625 | z^{-2x^2} | r^{-3} | 1 | p^{2q^2} | - | - | -$   
 5)  $-15^4 | (x-y)^7 | 1/25 | 16 | (a^2-b^2)^5 | (2p+p^2)^{10} | -13^{-8} | -10^q | (-x^{2y}) | 2^q | 80^q | 1$   
 6)  $3^{7/12} | b^{-1/3} | 6^{-7/6} | 5^{-2} | 1/4^{1/12} | y | a^{-3/2} | 15y | 8^{7/2} \cdot x^5$   
 7)  $9 | 5^{-1/6} | 11 | 3^{10} | 2x | 2^{5/6} | 5^{1/3} | x^{1/4} | 2^{1/6} | x | x^{1/12} | 12^{-1/20} | 5^{3/2n}$   
 8)  $2 | 2 | 2 | 16^{1/12}$       10)  $x^{-2} | 81 | 27a^{-12} | b^{-6} | 81u^6 | v^{-5}$   
 9)  $25 | 0,25 | x^{-1/3} | x^{-1/2} | 3^6 | y^{3/2} | s^{4n} | t^6 | x^{1/2} | 9 | b^{3n}$

12) Schreibe ohne die Verwendung von Zehnerpotenzen.

- |                        |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $1,4 \cdot 10^5$    | b) $1,08 \cdot 10^6$   | c) $2,5 \cdot 10^{-7}$ | d) $3,1 \cdot 10^{-4}$ |
| e) $4,3 \cdot 10^{-1}$ | f) $5,7 \cdot 10^{-2}$ | g) $9,05 \cdot 10^5$   | h) $5,7 \cdot 10^{-3}$ |

13) Notiere die Zahl mithilfe von Zehnerpotenzen.

- |                  |            |                    |           |
|------------------|------------|--------------------|-----------|
| a) 34000000      | b) 0,0007  | c) 300000          | d) 0,0043 |
| e) 0,00006       | f) 90 Mio. | g) 58 Mrd.         | h) 0,4 nm |
| i) 8700000000000 |            | j) 0,0000000000567 |           |

14) Berechne ohne TR.

- |                                                                           |                                                                       |                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| a) $3,4 \cdot (2 \cdot 10^{-4})$                                          | b) $\frac{8 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^2}$                    | c) $\frac{6,8 \cdot 10^{-2} \cdot 4}{2 \cdot 10^2}$ |
| d) $\frac{4,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,04 \cdot 10^{-2}}{10^{-3} \cdot 1,4}$ | e) $\frac{(3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1,21}{(11 \cdot 10^2)^2 \cdot 9}$ | f) $(\frac{10^{-2}}{4})^2 \cdot 5,6 \cdot 10^4$     |
| g) $\frac{15 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^2} : (3 \cdot 10^{-1})$            |                                                                       |                                                     |

## Rechnen mit Logarithmuszahlen

15) Bestimme im Kopf und prüfe mit dem TR.

- |                                |                                |                                |                       |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| a) $\log_2 4$                  | b) $\log_2 16$                 | c) $\log_2 64$                 | d) $\log_3 27$        |
| e) $\log_5 625$                | f) $\log 100$                  | g) $\log 10000$                | h) $\log 10$          |
| i) $\log_2 2$                  | j) $\log_2 1$                  | k) $\ln e$                     | l) $\ln 1$            |
| m) $\log_3 \frac{1}{3}$        | n) $\log 0,1$                  | o) $\log_5 \frac{1}{125}$      | p) $\log 0,001$       |
| q) $\log_2 \sqrt{2}$           | r) $\log \sqrt{10}$            | s) $\log \sqrt{1000}$          | t) $\log_7 \sqrt{49}$ |
| u) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$ | v) $\log_8 \frac{1}{\sqrt{8}}$ | w) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{8}}$ |                       |

16) Fasse zusammen.

- |                                                            |                                                             |
|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| a) $\log_9 x + \log_9 2x$                                  | b) $\log_a u^2 - \log_a u$                                  |
| c) $\frac{2}{3} \log_a z$                                  | d) $\log_a \frac{1}{x} - \log_a \frac{2}{x}$                |
| e) $2 \log_4 \frac{1}{x} - \log_4 x^2$                     | f) $\log_a x - \log_a \sqrt{x}$                             |
| g) $2 \log x + 3 \log y - \log z$                          | h) $\log_a p - \frac{1}{2} \log_a q + \frac{1}{4} \log_a r$ |
| i) $\log_a 2u - 2 \log_a u + \log_a \frac{1}{u}$           | j) $3 \log_2 k + \frac{1}{2} \log_2 (k+x)$                  |
| k) $\log \sqrt{x} - \log \sqrt{4x} + 2 \log \frac{1}{2} x$ | l) $\frac{1}{4} \log_a (k+b) - \frac{1}{3} \log_a (k+b)$    |

## Rechnen mit Sinuszahlen

17) Wie bestimmt man ohne TR:  $\sqrt[3]{40}$ ;  $\log_2 100$ ;  $\sin 50^\circ$  ?

18) Nenne die 5 Potenz- und die 3 Logarithmenregeln.

19) Wann darf man Sinuszahlen zusammenziehen?

20) In welchen beiden Einheiten können Winkelgrößen angegeben werden? Wie rechnet man in die jeweils andere um?

21) Gib in anderer Einheit an:  $20^\circ$ ;  $90^\circ$ ;  $157^\circ$ ;  $0,5$ ;  $-0,67$ ;  $\pi$ .

22) Berechne: a)  $\sin 20^\circ + \sin 30^\circ$  b)  $\sin 0,2 \cdot \sin 66^\circ$   
 c)  $\cos 4^\circ - \cos 1,5$  d)  $\tan 31^\circ / \cos 0,5\pi$  e)  $\cos 0^\circ$ .

- 11)  $b^{1/12} | x^{1/12} | 5^{m+4} \cdot 7^{-1} | a^{2/3} | 2^{1/3} \cdot y^{-1/4} | t^{-5/6} | 5^{2n-1}$   
 14)  $6,8 \cdot 10^{-4} | 24 \cdot 10^{-4} | 13,6 \cdot 10^{-4} | 0,12 \cdot 10^{-4} | 0,01 \cdot 10^{-8} | 0,35 | 2,5 \cdot 10^{-3}$   
 15)  $2 | 4 | 6 | 3 | 4 | 2 | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | -1 | -3 | 0 | 5 | 0,5 | 1,5 | 1 | -0,5 | -0,5 | -1,5$   
 16)  $\log_9 2x^2$ ;  $\log_a u$ ;  $\log_a z^{2/3}$ ;  $\log_a 0,5$ ;  $\log_a x^{-4}$ ;  $\log_a x^{1/2}$ ;  $\log(x^2 \cdot y^3 / z)$ ;  
 $\log_a(p \cdot r^{1/4} / q^{1/2})$ ;  $\log_a(2/u^2)$ ;  $\log_2(k^3 \cdot (k+x)^{1/2})$ ;  $\log(1/8 x^2)$ ;  $\log_a(k+b)^{-1/12}$   
 20) DEG und RAD; Dreisatz 21)  $0,35$ ;  $\pi/2$ ;  $2,74$ ;  $28,6^\circ$ ;  $-38,4^\circ$ ;  $180^\circ$   
 22)

# Algebra Klasse 7

## Gleichungen lösen

|    |                                                                                                                 |        |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 1  | $5x + 2 = 2x + 8$                                                                                               | 2      |
| 2  | $9x + 3 = 7x + 11$                                                                                              | 4      |
| 3  | $5 + 7x = 45 + 3x$                                                                                              | 10     |
| 4  | $5,5 + 3x = x - 2,5$                                                                                            | -4     |
| 5  | $33 - 5x = 73$                                                                                                  | -8     |
| 6  | $-75 = 4x - 5 + 3x$                                                                                             | -10    |
| 7  | $-x + 3 - 5x = 27$                                                                                              | -4     |
| 8  | $5x + 1 = 2(x + 2)$                                                                                             | 1      |
| 9  | $6x + 3(12 + x) = 54$                                                                                           | 2      |
| 10 | $6(1,5 + 21x) - 2x = 257$                                                                                       | 2      |
| 11 | $5x + 7(x - 3) = 4x - 5$                                                                                        | 2      |
| 12 | $8x + 2(4 - x) = 32$                                                                                            | 4      |
| 13 | $2(x - 1004) = 5(x - 2) - 4x + 12$                                                                              | 2010   |
| 14 | $15 - 2(4 - 3x) = 37$                                                                                           | 5      |
| 15 | $7x - (2x - 15) \cdot 2 = 60 + 2x$                                                                              | 30     |
| 16 | $(3x - 4)5 + 36 - 4(15 - 3x) = 10$                                                                              | 2      |
| 17 | $2(2x - 4) + 5 = 6 \cdot 7 - 8x + 11$                                                                           | 14/3   |
| 18 | $3x - 5(x + 10) - 2(2 - x) + 3x = 42$                                                                           | 32     |
| 19 | $36(x + 2) - 8(4x - 11,5) = 312$                                                                                | 37     |
| 20 | $5(3x - 2) - 10x - (x - 21)3 = 61$                                                                              | 4      |
| 21 | $\frac{2}{3} - \frac{5}{6}x + \frac{7}{8} = \frac{5}{6} + \frac{5}{9}x - \frac{1}{8}$                           | 3/5    |
| 22 | $\frac{2}{5} - \frac{3}{5}x + \frac{3}{4} = 1\frac{1}{8}x - 1\frac{1}{2}$                                       | 106/69 |
| 23 | $\frac{2}{5} \left( \frac{1}{2} - 2x \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( 4x - \frac{1}{5} \right) - \frac{4}{5}$ | 1/4    |
| 24 | $10^2 = 7(x + 7) + 44$                                                                                          | 1      |
| 25 | $3 \cdot 7 = (7 + 7x) : 3$                                                                                      | 8      |
| 26 | $\frac{7}{4}x - 3 \left( \frac{3}{5}x - \frac{2}{5} \right) = \frac{3}{4} (2 - 3x)$                             | -3/5   |
| 27 | $\left( \frac{2}{3}x - 1 \right) : 2 = \left( x - \frac{2}{3} \right) \cdot 2$                                  | 1/2    |

## Dreisatz<sup>1</sup>

|    |                                                                                                                                       |            |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 28 | 9 Äpfel kosten 4,50 €. Wie viel kosten 12 Äpfel?                                                                                      | 6          |
| 29 | Verteilt man eine Packung Gummibärchen auf 6 Kinder, erhält jedes Kind 16 Bärchen. Wie viele erhalten 8 Kinder jeweils?               | 12         |
| 30 | Für 8 Törtchen benötigt man 200 g Mehl. Für 15?                                                                                       | 375        |
| 31 | 5 Fensterputzer benötigen 6 Tage für ein Bürogebäude. Wie lange putzen daran 3 Arbeiter?                                              | 10         |
| 32 | 400 Gäste zahlen 2.400 € Eintritt. 500 Gäste?                                                                                         | 3000       |
| 33 | 3 kg Käse kosten 5,20 €. 1,8 kg Käse kostet?                                                                                          | 3,12       |
| 34 | 5 Arbeiter benötigen 23 Stunden. 7 Arbeiter?                                                                                          | 16,4<br>3  |
| 35 | 150 Blätter Klopapier wiegen 0,750 kg.<br>a) 1000 Blätter? b) 1,25 kg?                                                                | 5<br>250   |
| 36 | Schafkäse (210 g, 2,52 €), Camembert (125 g; 2,75 €).<br>a) Wie viel Schafkäse kosten 4,59 €?<br>b) Berechne jeweils den 100 g Preis. | 1,2<br>2,2 |
| 37 | Affen sind verrückt nach ungesalzenen Erdnüssen. Ein Vorrat reicht für 8 Affen 45 Tagen. Für 12 A?                                    | 30         |
| 38 | Aus einer Lieferung Teig lassen sich 950 Brötchen je 40g herstellen. Wie viele Brötchen je 38g?                                       | 1000       |

|    |                                                                                                                             |            |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 39 | Eine Stockente braucht für das Ausbrüten von 9 Eiern 27 Tage. Wie lange benötigt sie für 2 Eier?                            | 8.         |
| 40 | *Eine Kabeltrommel mit 50m Kabel wiegt 6,5 kg. Eine baugleiche mit 30m wiegt 4,9 kg. Wie schwer ist die Trommel ohne Kabel? | 2,5        |
| 41 | *Wenn 1,5 Hühner an 1,5 Tagen 1,5 Eier legen, wie viele Eier legt dann ein Huhn am Tag?                                     | 2/3        |
| 42 | *3 Arbeiter verdienen in 6 Tagen 1368 €. Wie viel verdienen 5 Arbeiter in 4 Tagen?                                          | 1520       |
| 43 | *3 Personen essen 2 Pizzen in 21 Minuten. Wie lange brauchen 7 Personen bei 4 Pizzen ungefähr?                              | 18         |
| 44 | *7 Maurer pflastern 720 m <sup>2</sup> in 160 h. Wie lange benötigen 5 Maurer für 600 m <sup>2</sup> ungefähr?              | 186<br>2/3 |

## Prozent und Zins<sup>1</sup>

|    |                                                                                                                                                                                                    |                           |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 45 | 7% von 218 €                                                                                                                                                                                       | 15,26                     |
| 46 | 6 € von 29 €                                                                                                                                                                                       | 20,68                     |
| 47 | 19% Zuschlag von x € ergibt 800 €                                                                                                                                                                  | 672,2                     |
| 48 | 5% Zinszuschlag von 4000 €, 7 Jahre                                                                                                                                                                | 5628                      |
| 49 | a) 132 kg von 400 kg b) 1000 €, 4%, 18 Jahre lang<br>c) 600 € Sofa ohne MWSt. d) 35% von 95 kg                                                                                                     | 0,33<br>33,25             |
| 50 | Wie teuer ist ein Bauteil von 37 € ohne MWSt.?                                                                                                                                                     | 31,09                     |
| 51 | Wie viele Beschäftigte hat ein Betrieb, wenn die 90 Frauen einen Anteil von 45% ausmachen.                                                                                                         | 200                       |
| 52 | Beim Menschen entfallen ungefähr 17% des Körpergewichts auf das Skelett. Jens wiegt 50 kg.                                                                                                         | 8,5                       |
| 53 | Von den 80 Schülern der 8. Stufe spielen 35% ein Musikinstrument. Wie viele Schüler sind das?                                                                                                      | 28                        |
| 54 | Frau Arnold legt 37500 € zu 5% Zinsen an. Wie hoch ist ihr Kontostand nach 10 Jahren?                                                                                                              | 61.08<br>3,5<br>5         |
| 55 | Wie reich wäre die kath. Kirche 2030, wenn Jesus mit 30 Jahren 1 € zu 1,5% Zinsen angelegt hätte?                                                                                                  | 8552<br>Mrd.              |
| 56 | 2,5 kg Tierfutter enthalten: 25% Heu, 40% Gerste, 20% Gemüse, 15% Mais. a) Wie viel g sind das jeweils? b) Zeichne ein Kreisdiagramm.                                                              | 625<br>1000<br>375<br>90° |
| 57 | Frisch geerntete Kartoffeln enthalten etwas 78% Wasser, 19,8% Kohlenhydrate und 2,2% Proteine. a) Wie viel enthalten 2,5 kg Kartoffeln jeweils? b) Wie viele Kartoffeln enthalten etwa 1 l Wasser? | 1950<br>495<br>55<br>1,28 |
| 58 | Die kleinste Pferderasse (Falabella-Ponys) erreichen mit 72 cm nur 40% der Rückenhöhe eines schottischen Kaltblutpferdes (Clydesdale).                                                             | 180                       |
| 59 | Silkes Mutter verdient 2750 € brutto und 1754 € netto. Wie viel % Steuern muss sie zahlen?                                                                                                         | 36,22                     |
| 60 | Man erhält 12% Rabatt auf eine 74 € Hose und danach noch einmal 3%. Wie teuer ist die Hose?                                                                                                        | 63,17                     |
| 61 | Ein gebrauchter Drucker kostet 90 € statt 150 € Neupreis. Wie viel Rabatt wurde gewährt?                                                                                                           | 40                        |
| 62 | Tobias erhält durch Barzahlung 5% Preisnachlass, das sind 44 €. Wie teuer war das Mofa?                                                                                                            | 880                       |
| 63 | Kathi bekommt 45% Rabatt auf ihr Handy und bezahlt noch 53,90 €. Wie teuer war das Handy?                                                                                                          | 98                        |
| 64 | *Bestimme den Rabatt [Zuschlag], wenn eine Uhr nun 99 € [135 €] statt urspr. 124 € kostet.                                                                                                         | 20,16<br>8,8              |

<sup>1</sup> Alle Aufgaben mit Hilfe von Gleichungen lösen.

# Algebra Klasse 8

## Klammern entfernen

|     |                                                    |              |
|-----|----------------------------------------------------|--------------|
| 1   | $12 - (5 - x) = 10$                                | 3            |
| 2   | $18 - (16 - x) = 1$                                | -1           |
| 3   | $14x - (8 + 3x) \cdot 5 = 0$                       | -40          |
| 4   | $3(9x - 5) - 7(4x - 3) = 8$                        | -2           |
| 5   | $5(7x + 15) - 2(17x + 25) = 20$                    | -5           |
| 6   | $3(5 - 16x) - 7(9 - 7x) = 0$                       | 48           |
| 7   | $6(5 + 6x) - (5x + 6) \cdot 7 = 3$                 | 15           |
| 8   | $23x - 7(3x - 2) = x + 2$                          | -12          |
| 9   | $26x - 5(5x + 10) = x - 50$                        | $\mathbb{R}$ |
| 10  | $85x - (5 + 9x) \cdot 9 = 3x - 5$                  | 40           |
| 11  | $6(5x - 4) - 3(10x + 2) = 10$                      | { }          |
| 12  | $18 + 5(3x - 2) = 2(7x + 1)$                       | -6           |
| 13  | $(13x - 5) \cdot 5 + 21 = (3 + 8x) \cdot 8$        | 28           |
| 14  | $5(9x - 8) - (8 + 3x) \cdot 15 = 13$               | { }          |
| 15  | $5(x + 9) - 7(x - 9) = 11(x - 2)$                  | 10           |
| 16  | $3(2x + 5) - 4(x - 5) = x + 5$                     | -30          |
| 17  | $5(7x - 6) - 9(8x - 3) = 2(8 - 9x)$                | -1           |
| 18  | $7(z - 5) - 6(2 - 3z) = 12(z + 1)$                 | 59/13        |
| 19  | $(12y + 3) \cdot 4 - (9 - 7y) \cdot 5 = 8(3y - 5)$ | -7/59        |
| 20  | $6(5a - 1) - 13(2a + 5) = 2(7 - 2a)$               | 85/8         |
| 21  | $5(2c + 3) - 12(6 - c) = 11(4c + 7)$               | -67/11       |
| 22  | $1 - (x + 1) + x = -8$                             | { }          |
| 23  | $-(-3x + 5) + 4(-2x + 3) + 3x = 2$                 | 2,5          |
| 24  | $-4x + 4(1 + 2x) + 5(-x - 1) = -2$                 | 1            |
| 25  | $-12 + 4x^2 + 2x = 4 + 4(x + x^2 - 4) - 2x$        | $\mathbb{R}$ |
| 26  | $15 - (7 - 2x^2 + 3x) - 2x^2 - 2x = -4 - 4x$       | 12           |
| 27  | $-5x + (x + 1)(x + 4) - x^2 = 4$                   | $\mathbb{R}$ |
| 28* | $-x - 1 - (-x + 3) = 4 - \blacksquare$             | $\mathbb{R}$ |
| 29* | $-(-2 + x) + 3 - x = -3 - x - \blacksquare$        | { }          |
| 30* | $-(1 - 5x) - 1 - 2x = 2 + 3x - \blacksquare$       | $\mathbb{R}$ |

## Doppelklammern entfernen

|    |                                                               |       |
|----|---------------------------------------------------------------|-------|
| 31 | $2x - 2 + (-7 + 2x)(x + 2) = 2x^2 - 4$                        | -12   |
| 32 | $-(-5 + x)(2 + 2x) - 2x + 2x^2 = 2 + 8x$                      | 4     |
| 33 | $-2x^2 + x - (1 - x)(-11 + 2x) = -3 - 10x$                    | 7     |
| 34 | $(-x + 1)(2x - 2) + 2x^2 - 3x + 2 = 3x - 2$                   | 1     |
| 35 | $-2(1 - 5x) - x + (x - 2)(-9 + x) = x^2 + 3$                  | 6,5   |
| 36 | $-3x + 2(-3x + 3x^2 - 4) + 8 - 6x^2 = 30 - 7x$                | -15   |
| 37 | $(x+1)(x+7) = (x+2)(x+3)$                                     | -1/3  |
| 38 | $2(x+2)(x+5) = (2x+7)(x+3)$                                   | 1     |
| 39 | $2x^2 - (x+3)(x-3) = (x+1)^2$                                 | 4     |
| 40 | $(x+3)(x-5) = (x-3)^2$                                        | 6     |
| 41 | $(2x-3)^2 - (x-5)^2 - 3x(x-7) + 17 = 0$                       | -1/19 |
| 42 | $5x(x-1) - (2x+3)^2 - (x-5)(x+3) - 6 = 0$                     | 0     |
| 43 | $(x-4)^2 + (x+5)^2 = 3x^2 - (x+3)(x+7)$                       | -31/6 |
| 44 | $(10x-1)^2 - 64(x-1)(x+1) = (6x-1)^2$                         | 8     |
| 45 | $(5x+4)(5x-4) - (2-2x)^2 = (4x-1)^2 + (2x-8)(4x+2) - x(3x-4)$ | 1/8   |
| 46 | $(x+2)^2 + (x-3)^2 = (2x-1)^2 + (x+1)^2 - (3x+2)(x-5)$        | 1/13  |
| 47 | $(5x-9)^2 - (3x-2)^2 = (7-4x)^2 - (7+4x)^2 - 8x(4-2x)$        | -7/6  |

## Brüche entfernen

|    |                                                                         |              |
|----|-------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 48 | $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 45x$                                   | 0            |
| 49 | $\frac{4x+1}{26} - \frac{2x-1}{39} = 0$                                 | -0,625       |
| 50 | $\frac{x}{4} + \frac{1}{5} = \frac{x}{2} + \frac{x}{6}$                 | 12/25        |
| 51 | $\frac{2x}{3} - \frac{4x}{9} = 31 - \frac{3x}{2}$                       | 18           |
| 52 | $\frac{8x-15}{12} + \frac{3x+18}{15} = 2$                               | 123/52       |
| 53 | $\frac{2}{x} = \frac{x-3}{3x} - \frac{x+5}{4x}$                         | 51           |
| 54 | $\frac{1}{x} + \frac{2x+5}{x+6} = 2$                                    | 1            |
| 55 | $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{3}$                                           | 7            |
| 56 | $\frac{7}{x-4} - \frac{2}{x-4} = 1$                                     | 9            |
| 57 | $\frac{5}{x+1} = \frac{x}{x+1} + \frac{1}{2}$                           | 3            |
| 58 | $\frac{x+4}{2(x-1)} - \frac{5(x-3)}{2(x-1)} - \frac{4}{2(x-1)} = 0$     | 15/4         |
| 59 | $\frac{5(x-3)}{12x} - \frac{2(x+1)}{15x} = 1$                           | -83/43       |
| 60 | $\frac{1}{4} - \frac{1}{2(x+5)} = \frac{3}{x+5}$                        | 9            |
| 61 | $\frac{2}{x^2-4x+4} = \frac{3}{x^2-4}$                                  | 10           |
| 62 | $\frac{5}{x^2-9} - \frac{3}{x^2-6x+9} = 0$                              | 12           |
| 63 | $\frac{32x-11}{15x-21} - \frac{2(x+9)}{25x-35} + \frac{16}{40x-56} = 1$ | -26/79       |
| 64 | $\frac{x}{x+2} + \frac{x+6}{x^2+4x+4} = 1$                              | 2            |
| 65 | $\frac{3}{2(x+1)} + \frac{3}{2(x-1)} = \frac{x+2}{x^2-1}$               | 1            |
| 66 | $\frac{x-2}{3x+9} = \frac{2x^2-9}{6(x^2+6x+9)}$                         | 1,5          |
| 67 | $\frac{1}{x-7} + \frac{3}{x+7} = \frac{3x-5}{x^2-49}$                   | 9            |
| 68 | $\frac{5x^2-45}{5x^2-30x+45} = \frac{x+3}{x-3}$                         | $\mathbb{R}$ |

# Algebra Klasse 9

## Quadratische Algebragleichungen

|     |                                                                                                                                             |               |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1)  | $5x^2 - 80 = 0$                                                                                                                             | $\pm 4$       |
| 2)  | $5x^2 + 50x = 0$                                                                                                                            | $0 -10$       |
| 3)  | $(x+3)(x-2) = 0$                                                                                                                            | $-3 2$        |
| 4)  | $x^2 + 10x + 24 = 0$                                                                                                                        | $-4 -6$       |
| 5)  | $x^2 + 22x + 121 = 0$                                                                                                                       | $-11$         |
| 6)  | $x^2 + 2x + 8 = 0$                                                                                                                          | $\{ \}$       |
| 7)  | $50x^2 - 2 = 0$                                                                                                                             | $\pm 0,2$     |
| 8)  | $x^2 + 3x - 70 = 0$                                                                                                                         | $7 -10$       |
| 9)  | $x^2 - 7x + 10 = 0$                                                                                                                         | $5 2$         |
| 10) | $3(x+1)(x+5) = 0$                                                                                                                           | $-1 -5$       |
| 11) | $x^2 - 8x + 15 = 0$                                                                                                                         | $5 3$         |
| 12) | $3x^2 - 10x + 3 = 0$                                                                                                                        | $3 1/3$       |
| 13) | $12x^2 + 3x = 0$                                                                                                                            | $0 -0,25$     |
| 14) | $5x^2 - 36x + 55 = 0$                                                                                                                       | $5 2,2$       |
| 15) | $x^2 - 9x = 0$                                                                                                                              | $0 9$         |
| 16) | $6x^2 + 13x + 6 = 0$                                                                                                                        | $-2/3 -1,5$   |
| 17) | $3x^2 - 75 = 0$                                                                                                                             | $\pm 5$       |
| 18) | $x(x-5)(x+2) = 0$                                                                                                                           | $5 -2 0$      |
| 19) | $4x^2 + x + 10 = 0$                                                                                                                         | $\{ \}$       |
| 20) | $8x^2 + 10x - 7 = 0$                                                                                                                        | $0,69 -1,81$  |
| 21) | $15x^2 - 10x = 0$                                                                                                                           | $0 2/3$       |
| 22) | $x^2 - 8x + 25 = 0$                                                                                                                         | $\{ \}$       |
| 23) | $6x^2 - 5x - 6 = 0$                                                                                                                         | $1,5 -2/3$    |
| 24) | $4x^2 - 12x + 9 = 0$                                                                                                                        | $1,5$         |
| 25) | $x^2 - 14x + 49 = 0$                                                                                                                        | $7$           |
| 26) | $9x^2 - 6x + 1 = 0$                                                                                                                         | $1/3$         |
| 27) | $3x^2 - 2x - 7 = 0$                                                                                                                         | $1,90 -1,23$  |
| 28) | $2x^2 + 18x + 30 = 0$                                                                                                                       | $-6,80 -2,21$ |
| 29) | $4x^2 - 9 = 0$                                                                                                                              | $\pm 1,5$     |
| 30) | $3x^2 + 33x - 333 = 0$                                                                                                                      | $-17,38 6,38$ |
| 31) | $(x-5)^2 + (2x+3)^2 = (x+1)^2 + 97$                                                                                                         | $\pm 4$       |
| 32) | $(5x+2)(x-3) - (2x+3)(x-2) = 0$                                                                                                             | $0 4$         |
| 33) | $(x-2)^2 - (2x+3)^2 = (x-1)^2 - 6$                                                                                                          | $0 -3,5$      |
| 34) | $(2x-1)(x+1) - (x-3)(x+5) = 20$                                                                                                             | $-2 3$        |
| 35) | $3(x-2)(x+5) - 2(x+9)(x-1) = -18$                                                                                                           | $1 6$         |
| 36) | $(4x-1)^2 - (3x+2)^2 = 6(x-3)^2$                                                                                                            | $3 -19$       |
| 37) | $(5x-3)^2 - (3x+1)^2 = 15(x-2)^2$                                                                                                           | $2 -26$       |
| 38) | In welchem Rechteck beträgt die Flächen 320 cm <sup>2</sup> und die eine Seite ist 4 cm länger als die andere?                              | $16 20$       |
| 39) | Der 5. Teil einer Affenherde minus 3, quadriert, ging in eine Höhle, nur ein Affe war noch zusehen.                                         | $5 50$        |
| 40) | Bei welcher Zahl ergibt sich 30, wenn man ihre Hälfte mit ihrem Drittel multipliziert und zum Produkt ihre Hälfte addiere? (Leonhard Euler) | $12 -15$      |

## Systeme von Algebragleichungen

|    |                                                                                                                                                                                  |                                                                    |                                  |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| 42 | $\begin{pmatrix} 6a + 7b = 23 \\ 5a + 7b = 18 \end{pmatrix}$                                                                                                                     | $\begin{pmatrix} 2a - 3b = 23 \\ 2a + b = -13 \end{pmatrix}$       | $5 -1$<br>$-2 -9$                |
| 43 | $\begin{pmatrix} 7a + 5b = 3 \\ 14a + 10b = 5 \end{pmatrix}$                                                                                                                     | $\begin{pmatrix} 0,25a = 0,5 + 0,25b \\ 3b = 9 - 2a \end{pmatrix}$ | $\{ \}$<br>$3 1$                 |
| 44 | $\begin{pmatrix} a + 16b = 2 \\ 0,125a + 2b = 0,25 \end{pmatrix}$                                                                                                                |                                                                    | $\infty$                         |
| 45 | $\begin{pmatrix} 2x + 3y + 5 = 5x + 6y - 1 \\ x - 4y - 2 = 2x - 2y \end{pmatrix}$                                                                                                |                                                                    | $6 -4$                           |
| 46 | $\begin{pmatrix} 2(2a + 3b) = 3(3a - b) + 5 \\ 4(3a - 4b) = 2(a + b) - 10 \end{pmatrix}$                                                                                         |                                                                    | $\infty$                         |
| 47 | $\begin{pmatrix} \frac{2s + 5t - 1}{2} = \frac{10s + 20t + 1}{3} \\ \frac{4s + 3t}{6} = \frac{2s - 6t + 9}{3} \end{pmatrix}$                                                     |                                                                    | $-2,5   1,2$                     |
| 48 | $\begin{pmatrix} (a+2)(b-3) = (a-3)(b+4) \\ (a-6)(b+9) = (a+4)(b-5) \end{pmatrix}$                                                                                               |                                                                    | $\{ \}$                          |
| 49 | $\begin{pmatrix} 2a - 3b - 5c = -1 \\ 2b + c = 0 \\ 3c = 6 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3a + 8b - 3c = 5 \\ 4b + c = 1 \\ -5c = 10 \end{pmatrix}$                              |                                                                    | $3 -1 2$<br>$-7/3   3/4  -2$     |
| 50 | $\begin{pmatrix} 2a + 4b + 2c = 7 \\ 4b + 2c = 8 \\ 4b - c = -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3a - 4b + c = 4 \\ 3a + b - 2c = 1 \\ 3c = 6 \end{pmatrix}$                       |                                                                    | $-0,5 0,5 3$<br>$22/15   3/5  2$ |
| 51 | $\begin{pmatrix} c = 3a - 4b - 2 \\ 2a + 3b = c + 13 \\ 5a - 9b = c - 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a + b = 11 \\ a + c = 12 \\ b + c = 13 \end{pmatrix}$                     |                                                                    | $3 2 -1$<br>$5 6 7$              |
| 52 | $\begin{pmatrix} a - (b+2) = 3c + 16 \\ b - (a+c) = -2 \\ c + (a-4) = 2b - 2 \end{pmatrix}$                                                                                      |                                                                    | $6 0 -4$                         |
| 53 | $\begin{pmatrix} 3(a-6) - 4(b+c) = -18 \\ 5a - 8(c+2b) = 0 \\ 4(b+c) - 5(a-1) = 5 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3a + 5b = 0 \\ 7b + 3c = 0 \\ 7a - 5c = 0 \end{pmatrix}$        |                                                                    | $0 0 0$<br>$\infty$              |
| 54 | $\begin{pmatrix} 2u - 3(v-w) = 1 \\ 3(u-w) + 5v = -6 \\ u - (v+w) + 2 = 0 \end{pmatrix}$                                                                                         |                                                                    | $0 -1 1$                         |
| 55 | $\begin{pmatrix} a + b = 3,3 \\ a - c = 1,3 \\ b - c = 1 \end{pmatrix}$                                                                                                          |                                                                    | $1,8 1,5 $<br>$0,5$              |
| 56 | $\begin{pmatrix} 7a + 6b + 7c = 100 \\ a - 2b + c = 0 \\ 3a + b - 2c = 0 \end{pmatrix}$                                                                                          |                                                                    | $3 5 7$                          |
| 57 | Wie viele Hasen u. Fasane sind im Käfig, wenn es insgesamt 35 Köpfe und 94 Füße gibt?                                                                                            |                                                                    | $12 23$                          |
| 58 | 1 Hamburger und 3 Pommes kosten 6,00 €, 3 Hamburger und 2 Pommes 6,80 €.                                                                                                         |                                                                    | $1,2 1,6$                        |
| 59 | Ein Flugzeug erreicht mit Rückenwind 900 km/h, mit gleichem Gegenwind 780 km/h.                                                                                                  |                                                                    | $480 60$                         |
| 60 | 3 Kaufleute finden ein Portemonnaie mit 15 €. Mit diesen 15 € besitzt der 1. doppelt so viel wie die beiden anderen zusammen, der 2. dreimal so viel und der 3. fünfmal so viel. |                                                                    | $1 3 5$                          |

# Algebra Klasse 10

## Potenz-/Wurzel Algebragleichungen<sup>1</sup>

|    |                                         |                      |
|----|-----------------------------------------|----------------------|
| 1  | $2x^3 + 25 = x^3 + 150$                 | 5                    |
| 2  | $3x^4 - 162 = -62 - x^4$                | $\pm \sqrt{5}$       |
| 3  | $x^3 + 6x = 6(x + 36)$                  | 6                    |
| 4  | $4x^4 - 25x^2 = 3x^2(x^2 - 3)$          | $\pm 4; 0$           |
| 5  | $(x^2 - 10)(x^3 + 8) = 0$               | $-2; \pm \sqrt{10}$  |
| 6  | $(x^2 - 5)(x^2 + 5) = 75$               | $\pm \sqrt{10}$      |
| 7  | $x^5 - 8x^2 = 8(3 - x^2)$               | 1,88                 |
| 8  | $(x - 3)^3 = 8$                         | 5                    |
| 9  | $(2x - 1)^4 = 16$                       | $-0,5; 1,5$          |
| 10 | $(7x - 3)^3 = 216$                      | $1 \frac{2}{7}$      |
| 11 | $(5x - 3)^3 - 8 = 0$                    | 1                    |
| 12 | $(10^7 x - 23)^9 = 10^{18}$             | $1,23 \cdot 10^{-5}$ |
| 13 | $\sqrt[3]{x} = 5$                       | 125                  |
| 14 | $\sqrt[4]{x} = 3$                       | 81                   |
| 15 | $\sqrt{x} = 9$                          | 81                   |
| 16 | $\sqrt{x} = -9$                         | { }                  |
| 17 | $\sqrt{x^3} = 8$                        | 4                    |
| 18 | $(32 - x^5)(x^4 - 121) = 0$             | $2; \pm \sqrt{11}$   |
| 19 | $x\sqrt{x} = -8$                        | { }                  |
| 20 | $\sqrt[5]{x-3} = 2$                     | 35                   |
| 21 | $\sqrt[5]{x^2-4} = 2$                   | $\pm 6$              |
| 22 | $x^{\frac{3}{4}} = 5$                   | 8,55                 |
| 23 | $(x+4)^{\frac{1}{3}} - 34 = 0$          | 39 300               |
| 24 | $x^{\frac{2}{5}} - 3^{\frac{4}{5}} = 1$ | $\pm 21,44$          |
| 25 | $(5-x)^{\frac{7}{11}} = (-1)^6$         | 4                    |

## sin-/cos-/tan-Algebragleichungen

|    |                                     |                     |
|----|-------------------------------------|---------------------|
| 26 | $2 \sin x - 1 = 0$                  | $30^\circ$          |
| 27 | $2 \sin 3x - 1 = 0$                 | $10^\circ$          |
| 28 | $\sin x + \sqrt{2} = -\sin x$       | $-45^\circ$         |
| 29 | $\tan(5x-2) = 100$                  | 0,71                |
| 30 | $3 \tan^2 x - 1 = 0$                | $\pm 30^\circ$      |
| 31 | $2 \cos(3x - 1) = 1,1$              | 0,66                |
| 32 | $3 \tan(x/2) + 3 = 0$               | $-90^\circ$         |
| 33 | $\sin(x) \cdot \cos(x) \cdot x = 0$ | $0^\circ; 90^\circ$ |
| 34 | $\cos(1,3x) - 0,2 = -0,5$           | $82,66^\circ$       |
| 35 | $x \cdot \cos(x) - 0,5x = 0$        | $0^\circ; 60^\circ$ |

## Exponential-Algebragleichungen

|    |                                                          |            |
|----|----------------------------------------------------------|------------|
| 36 | $2 \cdot 3^x = 0,8$                                      | -0,83      |
| 37 | $5 \cdot (\frac{2}{3})^x = 0,4$                          | 6,23       |
| 38 | $\frac{2}{3} \cdot (\frac{7}{5})^x = \sqrt{2}$           | 2,24       |
| 39 | $4 + 3 \cdot 2^x = 6,9$                                  | -0,05      |
| 40 | $3 \cdot 2^{x-4} = 7$                                    | 5,22       |
| 41 | $2,8 \cdot 1,6^{1-x} = 3,2$                              | 0,72       |
| 42 | $4 \cdot 1,5^{2x-1} = 6,5$                               | 1,10       |
| 43 | $5 \cdot 2^{3x+2} = 11$                                  | -0,29      |
| 44 | $\frac{4}{3} \cdot 3^{1-x} = 2$                          | 0,63       |
| 45 | $0,2 \cdot 0,3^{x+1} = 0,3$                              | -1,34      |
| 46 | $\sqrt{2} \cdot (\frac{7}{2})^{2x+1} = \sqrt{8}$         | -0,22      |
| 47 | $\frac{3}{5} \cdot (\frac{3}{5})^{3x+5} = 35$            | -4,32      |
| 48 | $5^{x+1} = 8^{2x}$                                       | 0,63       |
| 49 | $2,8^{3x} \cdot 1,5^x = 10$                              | 0,66       |
| 50 | $0,4 \cdot 3,2^x = 2^{3x-1}$                             | -0,24      |
| 51 | $3^{4x} \cdot 4^x = 5^{x+2}$                             | 0,77       |
| 52 | $4 + 13 \cdot \left(3 - e^{-\frac{x^2-5}{4}}\right) = 0$ | $\pm 4,06$ |

## Logarithmus-Algebragleichungen

|    |                                                                                             |                 |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 53 | $\log_4 x = 0,5$                                                                            | 2               |
| 54 | $\log_{0,5} x = 4$                                                                          | 1/16            |
| 55 | $\log_{\sqrt{2}} x = 6$                                                                     | 8               |
| 56 | $\log_{\frac{3}{4}} x = 2$                                                                  | 9/16            |
| 57 | $\log_{\frac{2}{3}} x = -4$                                                                 | 81/16           |
| 58 | $\log_5 (x-3) = 10$                                                                         | $510+3$         |
| 59 | $\log_7 (4-x) = 80$                                                                         | $4-780$         |
| 60 | $\ln(x+3) = 7,56$                                                                           | 1916,85         |
| 61 | $\log_4 (2x+6) - \log_4 (x-2) = 4$                                                          | 2,04            |
| 62 | $\log_3 (x-3) - \log_3 (x-5) = \log_3 (2x-8)$                                               | 5,78; 3,72      |
| 63 | $0,5 \ln 2x - \ln 0,5x = 0$                                                                 | 8; [0]          |
| 64 | $\log(x-8) + \log(x+2) = \log(2x+4)$                                                        | 10; [-2]        |
| 65 | $\log_a x^3 + \log_a x - \log_a x^2 = 0$                                                    | 1; [-1]         |
| 66 | $\log_4 x^3 = 3 + \log_4 2$                                                                 | $\sqrt[3]{128}$ |
| 67 | $\log_7 (x-2) + \log_7 (x+2) - \log_7 (3x-10) = \log_7 (x-2)$                               | 6; [2]          |
| 68 | $0,25 \cdot \log_3 x - \log_3 x^2 = \log_3 \sqrt[3]{2} - \frac{1}{3} \log_3 x - \log_3 4^3$ | 16              |

<sup>1</sup>Achtung: Die Potenzgesetze gelten bei negativer Basis nur dann, wenn der Exponent einen ungeraden Nenner besitzt. Sonst wäre folgendes möglich:  
 $-2 = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} \neq ((-8)^2)^{1/6} = 2.$

# Algebra-Wiederholung Klasse 10

## Lineare Algebragleichungen

- 1)  $5x + 6 = 3x + 8$  1
- 2)  $\frac{3}{4}x + \frac{5}{6} = 5x - \frac{125}{3}$  10
- 3)  $\frac{6x-7}{4} + \frac{3x-5}{7} = \frac{5x-78}{28}$  -9/49
- 4)  $2(3x-7) - 4(3x-2) = 6(5x+9) - 12$  -4/3
- 5)  $\sqrt{2}x - \sqrt{3} = \sqrt{5}$  2,81

- 27)  $(x^{-\frac{1}{2}} + 79)^{\frac{3}{4}} - 27 = 0$  1/4
- 28)  $(6x^{\frac{3}{4}} + 181)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{49}$  81\*
- 29)  $(15 \cdot \sqrt[3]{x^{-2}} + 121)^{\frac{3}{4}} = 64$   $\pm 1/27$
- 30)  $(125x^{\frac{3}{4}} + 316)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{49}$  81/625\*
- 31)  $[(81x)^{\frac{1}{4}} - 3]^{-\frac{5}{2}} = \frac{1}{243}$  256
- 32)  $(19 + 2 \cdot \sqrt[3]{7x^2 + 1})^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$   $\pm 3$

## Algebragleichungen mit Brüchen

- 6)  $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{10}{x^2-9}$  5
- 7)  $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x+2} - \frac{6x}{x^2-4}$  {}
- 8)  $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x}{x-1} + \frac{5}{x}$  -0,66|0,76
- 9)  $\frac{x^2-8}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} = \frac{5}{x-2}$  -3,42|6,42
- 10)  $\frac{34}{3x+7} + 5 = 2x-3$  4,79;-3,31

## Exponential-Algebragleichungen

- 33)  $2^x = 10$  3,32
- 34)  $5 \cdot 4^{2x+1} = 26$  0,01
- 35)  $3^{x+1} = 2 \cdot 3^{2x}$  0,37
- 36)  $18 \cdot 2^{7x-1} = 2 \cdot 5^{2x-1}$  -1,91
- 37)  $4e^{2x} = 5$  0,11
- 38)  $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2$  -1,81
- 39)  $100(14^{2x}) + 6 = 10$  -0,61
- 40)  $100x^{2-6x+1} + 5 = 10$  0,11|5,89
- 41)  $4 + 13 \cdot \left(3 - e^{-\frac{x^2-5}{4}}\right) = 0$   $\pm 4,06$

## Quadratische Algebragleichungen

- 11)  $x^2 - 5x + 3 = 0$  4,30|0,70
- 12)  $-x^2 + 6x - 8 = 3x + 7$  {}
- 13)  $2x^2 - x - 1 = 0$  -0,5|1
- 14)  $0,5x^2 - 16x = 5$  -0,31|32,31
- 15)  $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{5}x = 12$  -3,36|2,06

## Logarithmus-Algebragleichungen

- 41)  $\ln x = 3$  20,09
- 42)  $2 \cdot \ln 3x = 4$  2,46
- 43)  $\ln(x-2) + \ln(2x-3) = 2 \ln x$  6|1
- 44)  $\log_4(3x-7)^2 = 10$  344|[-338,67]
- 45)  $\ln(x^2 - 6x - 16) = 5$  16,17|-10,17

## Potenz-/Wurzel-Algebragleichungen<sup>1</sup>

- 16)  $(1-3x)^4 = 625$  -4/3|2
- 17)  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x} = 6$  5,23
- 18)  $2,4 \cdot x^{\frac{1}{5}} - 3 = 0,4 \cdot x^{\frac{1}{5}}$  243/32
- 19)  $\sqrt[5]{x+2} = (8x)^{\frac{1}{10}}$  2
- 20)  $4 \cdot \sqrt{x} - \sqrt[6]{64x^3} = 6$  9
- 21)  $\sqrt{x^{12}} + 126 = (2 \cdot \sqrt[5]{x^5})^6$   $\sqrt[5]{2}; [-\sqrt[5]{2}]$
- 22)  $3(x+4)^{\frac{1}{3}} = 4(x-33)^{\frac{1}{3}}$  60
- 23)  $34 - 7 \cdot \left(\frac{4x-1}{x-6}\right)^{\frac{1}{3}} = -1$  749/121
- 24)  $(28 + x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{5}} = 8$   $\pm 8$
- 25)  $(x^{\frac{1}{2}} - 2)^{\frac{1}{4}} = (1 - x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}$  {}
- 26)  $(x^{-\frac{3}{2}} - 4)^{-\frac{1}{2}} = 0,5$  1/4

## Trigonometrische Algebragleichungen

- 46)  $2 \sin x - 1 = 0$  30°
- 47)  $2 \sin 3x - 1 = 0$  10°
- 48)  $\sin x + \sqrt{2} = -\sin x$  -45°
- 49)  $3 \tan^2 x - 1 = 0$  30°|-30°
- 50)  $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$  90°|-30°\*
- 51)  $2 \cos(3x-1) = 0$  49,10°
- 52)  $3 \tan(x/2) + 3 = 0$  -90°

## Systeme von Algebragleichungen

- 53)  $2a - b + c = 3$  54)  $6a + 2b - c = 22$  55)  $3a + 2b + 5c = -12$
- $3a + 2b - 4c = -5$   $5a - 3b + 6c = 23$   $2a - 3b - c = 12$
- $4a - 3b + 5c = 13$   $7a + b - 5c = 27$   $4a + 5b + 2c = 17$
- 56)  $2a + 3b + 4c = 1,4$  57)  $2,4a - 2,5b = 26$  58)  $a + 1,5b - 0,5c = 0,5$
- $3a - 2b - c = 1,2$   $1,6a + 0,9c = -3$   $1,5a - 0,5b + c = 1$
- $5a + 4b + 3c = 1,4$   $0,5b - 1,2c = 38$   $0,5a - 7,5b + 5c = 1$

1|2|3; 4|-1|0; 485/91|149/91|-569/91; 0,3|-0,4|0,5; 15|4|-30;  $\infty$

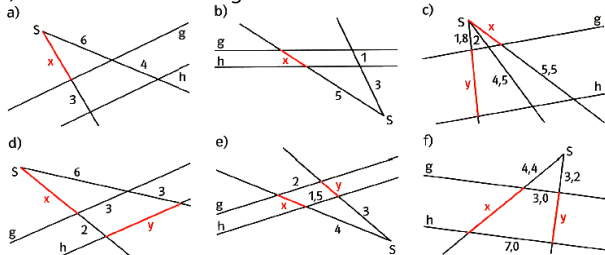
<sup>1</sup> Achtung: Potenzen mit negativer Basis sind nur dann definiert, wenn der Exponent einen ungeraden Nenner besitzt. Sonst würde sich folgender Widerspruch ergeben:  $-2 = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = 2$ .

12

# Geometrie Klasse 9

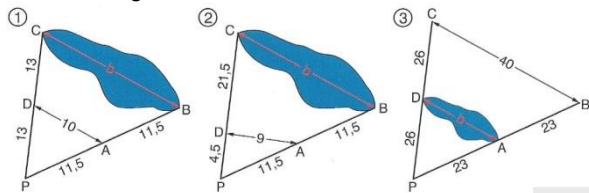
## Strahlensatz

1) Gesucht sind die Längen der roten Seiten.



4,5|1,67|2,44;4,05|4,5|1,33;1|5,87;4,27

2) Bestimmung der Seebreite b.

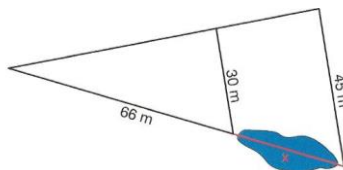


- a) Berechne die Breite b in allen 3 Fällen.  
b) Beschreibe das Vorgehen der 3 Gruppen.

20|20

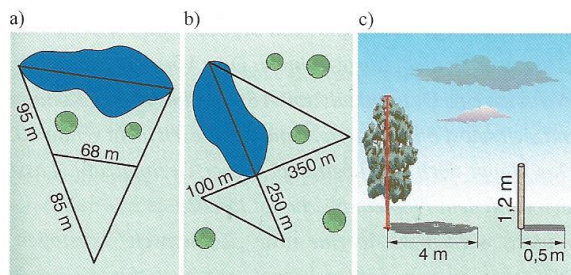
3) Gesucht ist die Seebreite x.

33

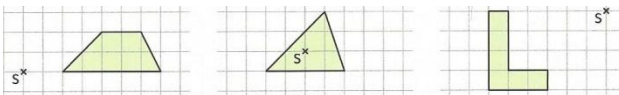


4) Bestimme die gesuchten Größen.

144|875|9,6



5) Übertrage die Figuren in dein Heft und zoomte die erste mittels zentrischer Streckung um 300%, die zweite um 200% und die dritte um 50%.



6) Flächen- u. Volumenwachstum beim Vergrößern.

12,38€

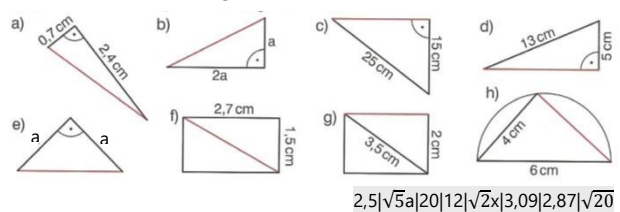
- a) Wie teuer müsste eine Salamipizza von 30 cm Durchmesser sein, wenn eine ähnliche von 20 cm 5,50 € kostet?  
b) Wie teuer müsste ein Käsekuchen von 35 cm Durchmesser sein, wenn ein ähnlicher von 28 cm 6,20 € kostet?

12,11€

7) Stefan geht mit seiner Familie in den Zirkus. Er sitzt direkt am Manegenrand und schießt mit seiner Digitalkamera viele Fotos. Welchen Objektivwinkel muss die Kamera haben, um die Manegenbreite komplett abzubilden?

## Pythagoras

8) Gesucht ist die Länge der roten Seite.



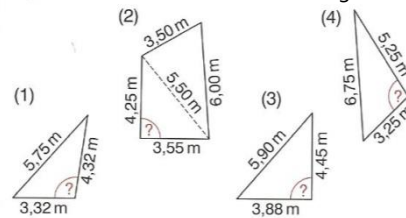
2,5|√5a|20|12|√2x|3,09|2,87|√20

9) Mit welchen Schnüren lässt sich ein rechtwinkliges Dreieck aufspannen?

100|169|---

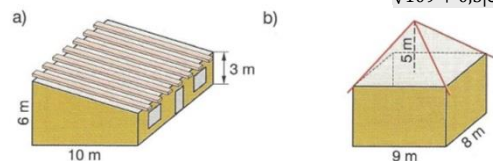


10) Welche der roten Winkel sind rechtwinklig?



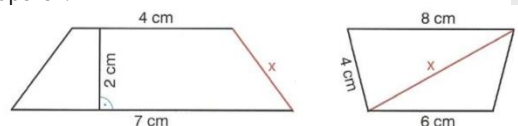
11) Wie lang sind die je 25 cm überstehenden Dachsparren?

√109 + 0,5|8,08

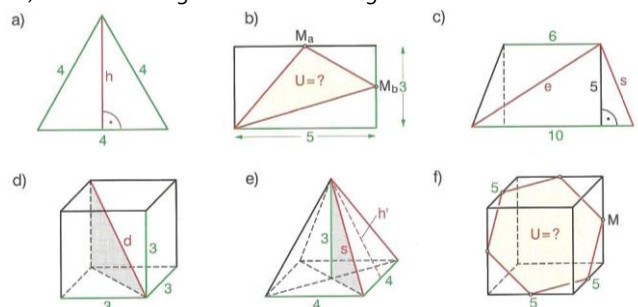


12) Gesucht ist die Länge der Seite x an folgenden symmetrischen Trapezen.

2,5|8

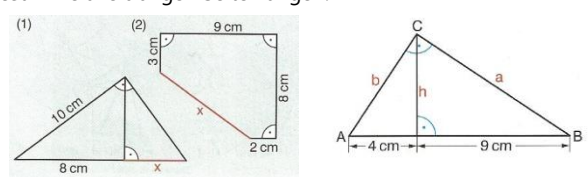


13) Bestimme die gesuchten Seitenlängen.



√12|12,04|√29; √89|3√3|√13; √17|21,21

14) Bestimme alle übrigen Seitenlängen.

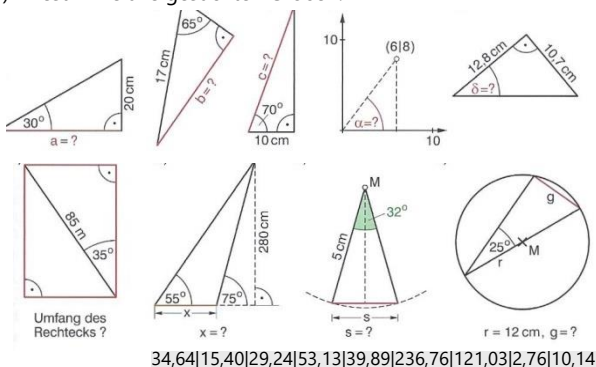


4,5|√74|6; √117; √52

# Geometrie Klasse 10

## sin-|cos-|tan-Definition

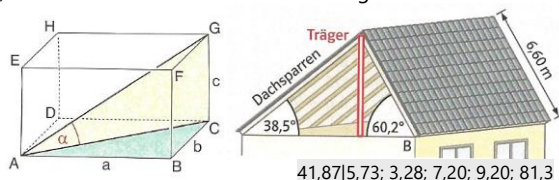
1) Bestimme alle gesuchten Größen.



34,64|15,40|29,24|53,13|39,89|236,76|121,03|2,76|10,14

2) a) Gesucht ist  $\alpha$  ( $a = 5\text{ cm}$ ,  $b = 6\text{ cm}$ ,  $c = 7\text{ cm}$ ).

b) Bestimme alle unbekannten Dreiecksgrößen.



41,87|5,73; 3,28; 7,20; 9,20; 81,3

3) Bestimme die Rechteckseite  $b$ , wenn  $a = 12\text{ cm}$  und der Schnittwinkel der Diagonalen  $35^\circ$  beträgt. 3,78

4) Bestimme den Winkel zwischen Raum- und Bodendiagonale in einem  $8\frac{1}{4} \times 3\text{ cm}$  Quader. 18,54

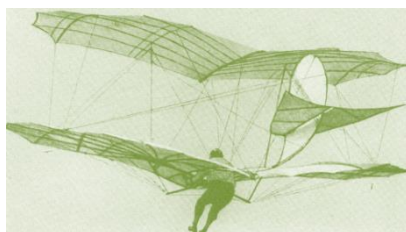
5) Die Steigung einer Straße beträgt auf den nächsten  $130\text{ m}$   $11\%$ . Bestimme Steigungswinkel und Höhenunterschied. 6,28; 14,3

6) Der Amazonas fällt auf seinen letzten  $4800\text{ km}$  um  $106\text{ m}$ . Wie groß ist der durchschnittliche Gefällewinkel? Würde auf diesem Gefälle eine Kugel hinabrollen? 0,0019° | nein

7) Aus dem Fenster im 1. Stock eines Wohnhauses (in  $4,80\text{ m}$  Höhe) erblickt man die Spitze eines Bürohauses unter dem Höhenwinkel von  $36,2^\circ$  und die Basis unter dem Tiefenwinkel von  $4,4^\circ$ . Bestimme Höhe und Entfernung zum Bürohaus. 62,38|50,46

8) Wie hoch ist eine Tanne, deren Schatten  $27,50\text{ m}$  lang ist, wenn die Sonnenstrahlen unter einem Winkel von  $38,5^\circ$  einfallen. 21,87

9) Otto Lilienthal flog 1896 bei seinem vorletzten Segelflug (von ca.  $1000$ ) aus  $15\text{ m}$  Höhe unter einem Gleitwinkel von ca.  $2^\circ$ . Wie lang war seine Flugstrecke? 429,54



10) Eine Stehleiter ist zusammengeklappt  $2,50\text{ m}$  lang. Sie wird mit dem Öffnungswinkel  $\gamma = 60^\circ$  aufgestellt.

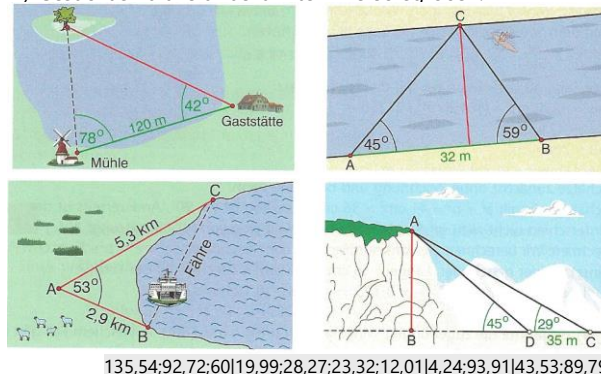
a) Wie hoch reicht die Leiter? 2,17

b) Wie weit stehen die Fußpunkte auseinander? 2,5

c) Bestimme  $\gamma$ , wenn sie  $2,20\text{ m}$  hoch reichen soll. 56,72

## Sinus-/Kosinussatz

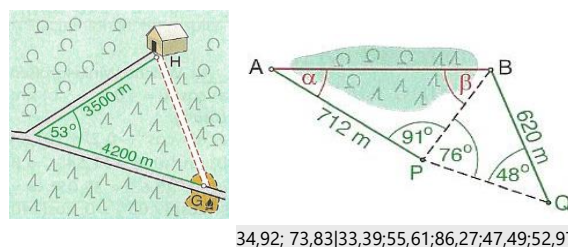
11) Gesucht sind alle unbekannten Dreiecksgrößen.



135,54;92,72;60|19,99;28,27;23,32;12,01|4,24;93,91|43,53;89,79

12) Bestimme den Umfang folgenden dreieckigen Grundstücks:  $b = 250\text{ m}$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = 56^\circ$ . ?|?

13) Gesucht sind alle unbekannten Dreiecksgrößen.

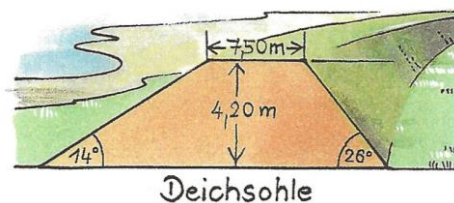


34,92; 73,83|33,39;55,61;86,27;47,49;52,97

14) Bestimme den Umfang eines dreieckigen Grundstücks mit  $b = 250\text{ m}$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = 56^\circ$ . 322,44; 386,80; 959,24

15) Dieter wohnt  $320\text{ m}$  westlich von Anne entfernt. Beide sehen einen Ballon in östlicher Richtung, Dieter unter einem Höhenwinkel von  $\alpha = 39^\circ$ , Anne unter einem von  $\beta = 54^\circ$ . In welcher Höhe befindet sich die Gondel des Ballons? 778,08; 629,48

16) Der Böschungswinkel eines Deiches ist zur Seeseite kleiner als zur Landseite. Wie lang ist die Deichsohle? 16,85; 8,61; 32,96



Deichsohle

17) Berechne die fehlenden Seiten in folgenden Viereck.

a)  $a = 5\text{ cm}$ ,  $b = 4\text{ cm}$ ,  $d = 4,2\text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\beta = 75^\circ$ .

b)  $a = 4\text{ cm}$ ,  $d = 3,5\text{ cm}$ ,  $\alpha = \beta = 60^\circ$ ,  $\gamma = 120^\circ$ .

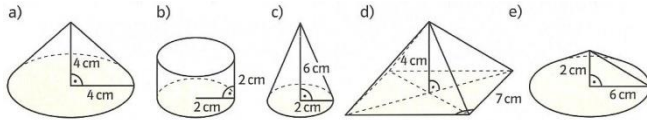
5,54; 60,74°; 44,26°; 35,74°; 3,25 | 3,77; 53,41°; 6,59°; 53,41°; 0,50; 3,50

# Volumen

18) **Kernwissen:** Wie bestimmt man

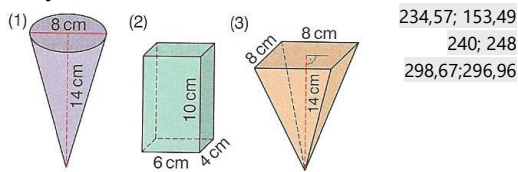
- A und U bei Parallelogramm–Dreieck–Kreis?
- V und O bei Prisma–Pyramide/Kegel–Halbkugel?
- V und O bei Pyramiden- und Kegelstumpf?

19) Gesucht ist jeweils Volumen und Oberfläche.



67,02; 121,35 |  $8\pi$ ;  $8\pi$  |  $8\pi$ ; 52,30 | 65,33; 123,41 |  $24\pi$ ; 232,31

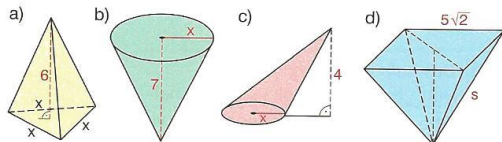
20) Bestimme jeweils Volumen und Oberfläche.



234,57; 153,49  
240; 248  
298,67; 296,96

21) Bestimme die gesuchten Streckenlängen.

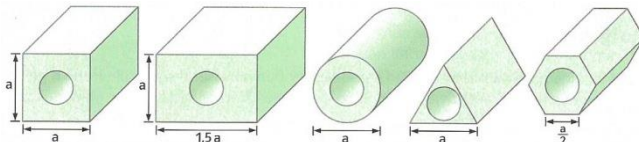
$6\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{18}$ ;  $\sqrt{106}$



$V = 18\sqrt{3}$     $V = 21\pi$     $V = 24\pi$     $V = 150$

22) Bestimme V und O, falls das Bohrloch jeweils 2a tief ist und einen Durchmesser von 0,5a hat:

- für  $a = 1$  cm.
- \*allgemein.



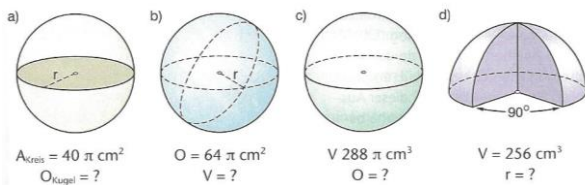
$2 - \frac{\pi}{8}$ ;  $10 + \frac{7\pi}{8}$  |  $3 - \frac{\pi}{8}$ ;  $13 + \frac{7\pi}{8}$  |  $\frac{15\pi}{8}$ ;  $6,875\pi$  |  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{8}$ ;  $2,75$  |  $\frac{6\sqrt{3}-\pi}{8}$ ;  $3,60$

23) Bei einer Kugel ist eine der drei Größen r, V und O gegeben. Berechne die übrigen.

- $r = 8,5$  cm
- $O = 2826$  dm<sup>2</sup>
- $V = 226$  cm<sup>3</sup>
- $V = 1$  l

2572,44; 907,92 | 15,00; 14126,42  
3,78; 179,43 | 0,62; 4,84

24) Bestimme die gesuchten Größen.

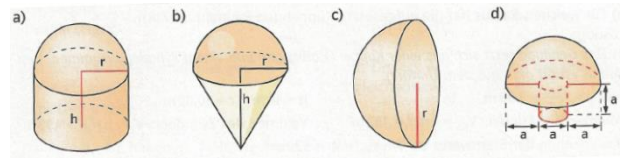


160\pi; 268,08 | 144\pi; 5,46

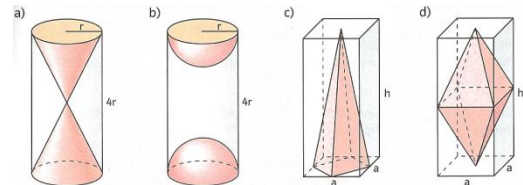
25) Wie viel Anstreichfarbe benötigt man für einen kugelförmigen Gaskessel mit  $d = 36$  m? ca. 2035,75 l

26) Bestimme V und O der unteren Körper, falls  $h=5$  cm,  $r=4$  cm und  $a=3$  cm beträgt.

385,37; 88\pi | 217,82; 180,99  
134,04; 48\pi | 201,45; 219,13

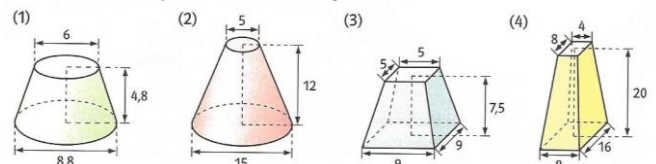


27) \*Berechne das Volumen von Körper und Restkörper.



$\frac{4}{3}\pi r^3$  |  $\frac{4}{3}\pi r^3$  |  $\frac{1}{6}a^2h$  |  $\frac{1}{3}a^2h$

28) Volumen von Pyramiden- und Kegelstumpf.

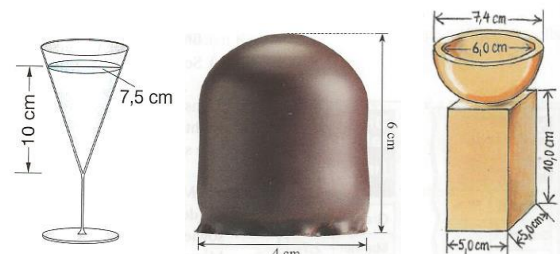


208,95 | 1021,02 | 377,5 | 1493,33

29) Sektglas (s.u.)

- Wie viel Liter enthält das Glas? 0,15
- In welcher Höhe enthält es halb so viel? 7,94

30) Wie viel Eiweißschaum beinhaltet der Schokokuss und wie viel Schokoglasur wird zu seiner Herstellung benötigt? 67,02 | 24\pi

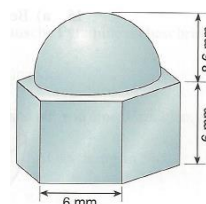


31) Ein Pokal besteht aus einem Quader mit aufgesetzter Halbkugel.

- Bestimme zuerst die Oberfläche der Halbkugel. 177,37
- Wie viel g Gold (Dichte 19,3 g/cm<sup>3</sup>) werden zum Vergolden des Pokals benötigt, wenn eine 10 µm dicke Schicht aufgetragen werden soll? 427,37; 8,25

32) Das Bild zeigt den Rohling einer Hutmutter. In ihn wird ein Schraubgewinde von 5 mm Durchmesser und 7 mm Tiefe gebohrt.

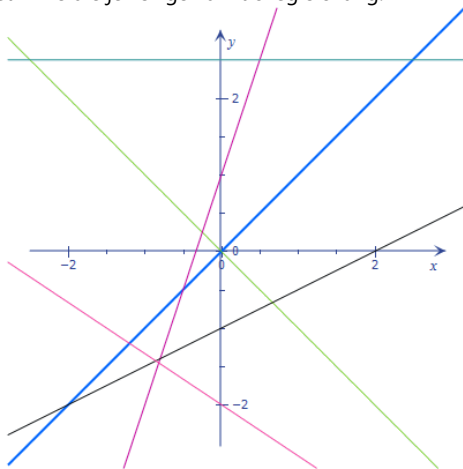
- Berechne das Volumen des Rohlings. 1893,34
- Um wie viel Prozent verringert sich sein Gewicht durch die Bohrung? 7,26%



# Analysis Klasse 8

## Lineare Funktionen

- 1) Bestimme die jeweilige Funktionsgleichung.



- 2) Zeichne die Graphen

a)  $y = 1,5x + 0,5$     b)  $y = -2x - 3$     c)  $y = 0,1x + 2$   
 d)  $y = -4$     e)  $y = -\frac{4}{3}x + 2$     g)  $y = \frac{2}{7}x + 2$

- 3) Elfi fährt mit einer Rolltreppe. Die Funktionsvorschrift für die Funktion f: Fahrtzeit(in s) → Höhe (in m) lautet  $y = -0,5x + 6,5$ .

- a) Zeichne den Graphen der Funktion f. 2,5  
 b) Wie hoch ist Elfi nach 8s? 6  
 c) Nach welcher Zeit ist Elfi 3,5m hoch?

- 4) Prüfe, ob die Tabellen zu einem linearen oder exponentiellen Wachstums- bzw. Abnahmeprozess gehören können und bestimme im ersten Fall die Funktionsgleichung.

| x | y  |
|---|----|
| 0 | 4  |
| 1 | 10 |
| 2 | 16 |
| 3 | 22 |
| 4 | 28 |

| x | y     |
|---|-------|
| 0 | 2     |
| 1 | 1     |
| 2 | 0,5   |
| 3 | 0,25  |
| 4 | 0,125 |

| x  | y     |
|----|-------|
| -1 | 2,75  |
| 1  | 1,25  |
| 2  | 0,5   |
| 4  | -1    |
| 7  | -3,25 |

$y = 6x + 4$ ; keine lineare;  $y = -0,75x + 2$

- 5) Stephanie erwärmt Wasser mit dem Wasserkocher. Die Wassertemperatur wird dabei linear in 2min um 15°C erhöht. Nach wie vielen Minuten kocht das Wasser, wenn es zu Beginn des Erhitzungsvorgangs eine Temperatur von 10°C hatte? Bestimme zunächst die Funktionsgleichung und löse damit die Aufgabe  $y = 7,5x + 10$  | 12

- 6) Beim Start einer Rakete mit einer Startmasse von 800 t werden in den ersten zwei Minuten 612 t Treibstoff verbrannt. Dieser Vorgang verläuft gleichförmig.

- a) Gib die Funktionsgleichung *Zeit* → *Gewicht Rakete* an und zeichne den Graph.  
 b) Wie viel t wiegt die Rakete 1 ½ min nach dem Start? Nach wie vielen Sekunden wiegt die Rakete nur noch 500 t?  
 $y = -306x + 800$  | 341 | 0,98

- 7) Welche der Funktionen sind linear? Begründe deine Entscheidungen.

- a) Abspieldauer → Länge des Bandes auf einer der beiden Spulen beim Abspielen einer Kassette.

- b) Anzahl der Besuche in einem Schwimmbad → entstehende Kosten.

- 8) Jan benötigt beim Radfahren für das Jugendsportabzeichen bei gleichmäßiger Fahrt für eine 20 km lange Strecke 42 min.

- a) Bestimme die Funktionsvorschrift für die Funktion f: Fahrzeit → restliche Fahrstrecke und zeichne den Graphen.  
 b) Wie viele km muss er nach 25min Fahrzeit noch fahren? Nach wie vielen min Fahrzeit beträgt die Reststrecke noch 2km?  
 $y = -10/21x + 20$ ; 8,10 | 37,8

- 9) Prüfe durch Rechnung, ob die 3 Punkte auf *einer* Geraden liegen.

- a) P(1|2), Q(3|5), R(-3|-4) ja  
 b) P(0,5|0,7), Q(-1|-0,5), R(1|1,2) nein  
 c) P(100|-20), Q(150|-40), R(-100|20) nein

- 10) In Amerika wird zur Temperaturmessung die Fahrenheit-Skala benutzt. Es gilt: 20°C entsprechen 68°F, und 70°C entsprechen 158°F. Die Skalen sind linear eingeteilt.

- a) Gib eine Funktionsgleichung an, mit der man Fahrenheitwerte ausrechnen kann.  $f = 1,8c + 32$   
 b) Ein Schüler behauptet, er habe 100°F Fieber gehabt. Ist das möglich?  $c = 37,77^\circ$

- 11) In einer Untersuchung wurde bei Höhenfleckvieh die durchschnittliche wöchentliche Milchleistung ermittelt. Dabei ergab sich im Alter von 3 Jahren eine Milchleistung von 64,5 l und im Alter von 7 Jahren eine von 72,2 l.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung.  $y = 1,93x + 58,73$   
 b) Wie hoch ist die Milchleistung mit 5 Jahre, wann beträgt sie 120 l? Wirklich? 68,35 | 31,75

- 12) Der Graph einer linearen Funktion f geht durch die Punkte P(8|9) und Q(1|2).

- a) Bestimme die Funktionsgleichung von f.  $y = x + 1$   
 b) Bestimme die **Nullstelle** von f. -1  
 c) Der Graph der Funktion g verläuft **parallel** zu f und durch den Punkt R(1|-4). Bestimme die Funktionsgl. von g.  
 d) Zeichne die Graphen von f und g in unterschiedlicher Farbe in ein gemeinsames Koordinatensystem.  $y = x - 5$

- 13) Die Wassertemperatur einer Zentralheizung soll sich nach der Außentemperatur richten. Eine elektronische Steuerung sorgt bei Familie Schiller dafür, dass die Funktion *Außentemperatur* → *Wassertemperatur* nahezu linear ist. Dabei ist die Heizung so eingestellt, dass bei einer Außentemperatur von -20°C die Wassertemperatur 70°C beträgt. Bei 10°C außen beträgt die Wassertemperatur 40°C.

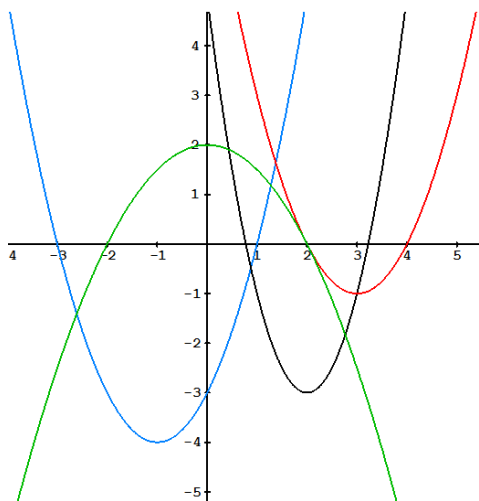
- a) Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.  
 b) Thomas liest am Heizkessel ab, dass die Wassertemperatur 45°C beträgt. Wie kalt muss es folglich draußen sein?  
 c) Wie lässt sich b) ohne zu rechnen nur mit Hilfe des Graphen lösen?  $y = -x + 20$  | 5 | auf y-Achse 45° suchen...

# Analysis Klasse 9

## Quadratische Funktionen

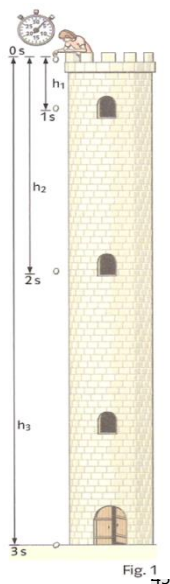
- 1) Bestimme die Funktionsgleichungen.

1; -0,5; 2; 1



- 2) Skizziere die Graphen.

- a)  $y = x^2 - 4x + 9$  (2|5)  
 b)  $y = x^2 + 10x + 26$  (-5|1)  
 c)  $y = x^2 - 6x + 7$  (3|-2)  
 d)  $y = 3x^2 - 6x + 9$  (1|6)  
 e)  $y = -x^2 + 8x - 15$  (4|1)  
 f)  $y = 0,5(x-1)^2 + 15$  (1|15)  
 g)  $y = 2x^2 - 20$ ;  $y = 2x - 20$  (0|-20)  
 h)  $y = 2x^2 - 12x + 16$ ;  $y = -2$  (3|-2)



- 3) Die Höhe eines Turms kann man mithilfe einer Uhr bestimmen. Zwischen der Höhe  $y$  [in m] und der Fallzeit  $x$  [in sek] gilt näherungsweise die Gesetzmäßigkeit:  $y = 5x^2$ .
- a) Stelle eine Wertetabelle mit einigen Beispielen auf.
- b) Wie hoch ist der Turm und in welcher Höhe befinden sich die beiden oberen Fenster?
- c) Wie lange würde ein Stein vom Eiffelturm in Paris fallen (276 m)? 7,43
- d) Begründe, warum sich diese Methode nicht zur Höhenbestimmung eines Tisches eignet. Vakuum
- e) Wie hat Galilei dieses Fallgesetz um 1600 ohne exakte Uhr erkennen können? schiefe Ebene; Eimer

- 4) Noel springt im Freibad vom Sprungbrett. Folgende Punkte seiner Flugbahn sind bekannt:

| x [m] | 0,1  | 0,2 | 0,3  | 0,4 | 0,5  | 0,6 |
|-------|------|-----|------|-----|------|-----|
| y [m] | 3,15 | 3,2 | 3,15 | 3,0 | 2,75 | 2,4 |

Die Größe  $x$  steht dabei für die horizontale Entfernung vom Absprungpunkt und  $y$  für die Höhe über dem Wasser.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung von Noels Flugbahn.
- b) Von welcher Höhe ist Noel abgesprungen?
- c) Was ist Noels größte Höhe?  $y = -5x^2 + 2x + 3 \mid 3 \mid (0,2|3,2)$
- d) Gib eine Funktionsgleichung für einen Sprung vom 5 m- oder 10 m-Brett an.  $y = -5x^2 + 2x + 5$
- 5) Aus der Physik weiß man, dass die Flugbahn eines Fußballs annähernd parabolförmig ist. Bei einem Schuss kann die

Flugbahn durch folgende Parabel beschrieben werden  
 $f: y = -\frac{1}{160}x^2 + \frac{1}{4}x$ . Hierbei entspricht  $x$  [in m] der horizontalen Entfernung vom Abschusspunkt und  $y$  [in m] der Höhe des Balles.

- a) Wie hoch ist der Ball, wenn er sich 1 m in horizontaler Richtung bewegt hat? 0,24
- b) In welcher Entfernung ist er 2 m hoch? 11,06
- c) Ein 1,70 m großer Gegenspieler steht 10 m entfernt. Kann er den Ball köpfen?  $f(10) = 1,875$
- d) In welcher Entfernung hat der Ball seine größte Höhe erreicht? Wie groß ist diese? (20|2,5)
- e) Wie würde sich die Flugbahn des Balles ändern, wenn die Funktionsgleichung  $y = -0,004(x - 25)^2 + 2,5$  lauten würde? breitere Parabel, gleicher SP

- 6) Ein Ball wird annähernd senkrecht nach oben geworfen:

| x [sek] | 0,1  | 0,2 | 0,3  | 0,4 | 0,5  | 0,6 |
|---------|------|-----|------|-----|------|-----|
| y [m]   | 3,35 | 4,8 | 6,15 | 7,4 | 8,55 | 9,6 |

- a) Bestimme die Funktionsgleichung.  $y = -5x^2 + 16x + 1,8$
- b) Woher weiß man, dass die Person, die den Ball abwirft, ca. 1,80 m groß ist? (0|1,8)
- c) Ermittle, wie lange der Ball in der Luft ist. 3,31
- d) Wann ist er am höchsten Punkt? (1,6|14,6)
- e) Wann hat er 12,5 m erreicht? 0,95|2,25

- 7) Sarah liest im Urlaub in einer Broschüre: "Der parabolförmige Triumphbogen ist 7 m hoch und 11 m breit." Sarah bezweifelt, dass der Bogen parabolförmig ist und misst in 1 m Entfernung eine Höhe von 2,2 m. Hat Sarah recht? Q müsste bei (1|2,31) liegen

- 8) Ein Fußballer versucht aus 25m Entfernung die 2,50m hohe Latte des Tores zu treffen. Über der Torraumlinie (5m vom Tor entfernt) erreicht der Ball mit 3m seine höchste Höhe. Wird der Ball die Latte treffen?  $f(5) = 2,88$

- 9) Boris möchte mit einer Tennisballwurfmaschine Grundlinienschläge üben. Er positioniert die Maschine 6,40 m weit vom Netz entfernt und stellt sie so ein, dass die Flugbahn des Tennisballes über dem Netz den höchsten Punkt von 1,20 m hat. Der Ball "schießt" dabei in einer Höhe von 1 m aus der Maschine. Landen die Bälle innerhalb des insgesamt 23,77 m langen Tennisfeldes?  
 $y = -\frac{5}{1024}x^2 + \frac{1}{16}x + 1$

- 10) Bestimme die quadratische Funktionsgleichung:

- a) Der Graph geht durch (-2|1), (-4|-2), (0|-4).  
 $y = -x^2 - 4,5x - 4$ ;  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$
- b) Hat den Scheitel (-2|-3) und geht durch (4|9).

- 11) Eine Parabolantenne hat einen Durchmesser von 0,85 m und eine Tiefe von 0,21 m. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.  $y = 1,16x^2$

- 12) Riesenhängen können bis zu 90 km/h schnell laufen und bis zu 3 m hoch und 10 m weit springen.

- a) Bestimme eine Funktionsgleichung für die Flugbahn der Hängen.  $y = 0,12x^2 + 1,2x$
- b) Können die Hängen über ein 2m breites und 2,5 m hohes Wohnmobil springen?  $f(4) = 2,88$

# Analysis Klasse 10

## Kernwissen

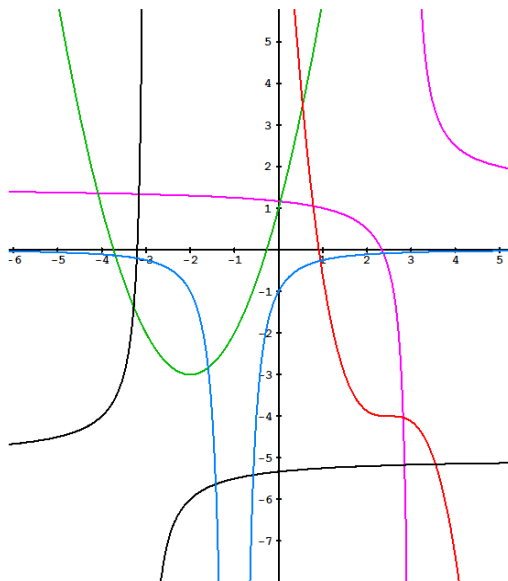
- K1) **12 Grundfunktionen:** Gib jeweils Funktionsgleichung und Graph (zzgl. wichtiger Punkte) an.
- K2) **Grundfunktionen modifizieren:** Ändere die Funktionsgleichungen von  $f(x)=x^2+x$ ,  $g(x)=\sin(x)$  und  $h(x)=e^x$  so ab, dass sich der Graph folgendermaßen verändert?
- Verschiebung um +1 in y- und +3 in x-Richtung.
  - Spiegelung an der y- und an der x-Achse.
  - Streckung um 2 in y- und 3 in x-Richtung.
  - Zeichne:  $f(x)=-0,8 \cdot (x-4)^2-1$ ;  $g(x)=-2 \cdot \sin(3x)+1$
- K3) Nenne **Ziel** und **Standardlösungsverfahren** der Analysis?
- K4) Gesetzmäßigkeit an Wertetabelle erkennen.
- Wie gelingt dies bei: linearen -, quadratischen -, kubischen- bzw. exponentiellen-Funktionen?
  - Gib die zugehörigen Fkt-Gleichungen an:

| x  | y  |
|----|----|
| -2 | 10 |
| -1 | 3  |
| 0  | 0  |
| 1  | 1  |
| 2  | 6  |
| 3  | 15 |

| x  | y     |
|----|-------|
| -3 | 6,513 |
| -1 | 4,706 |
| 1  | 3,400 |
| 3  | 2,457 |
| 5  | 1,775 |
| 7  | 1,282 |

| x  | y   |
|----|-----|
| -4 | 28  |
| -2 | 18  |
| -1 | 13  |
| 2  | -2  |
| 5  | -17 |
| 9  | -37 |

- K5) Erläutere die
- 3 Darstellungsformen von Gesetzmäßigkeiten.
  - 2 Schreibweisen für Funktionsgleichungen.
  - Unterschiede zw. Algebra- und Analysisgleichung.
- K6) Wie gelangt man bei linearen Funktionen schnell von der a) Wertetabelle b) Gleichung zum Graph?
- K7) Nenne Zentralpunkt und Gleichung jeweils.



## Lineare Funktionen

- 1) Daniel Fahrenheit wollte negative Temperaturwerte bei den von ihm hergestellten Thermometern (1714) vermeiden. Daher wählte er als 0°F die damals kälteste mit einer Salz-Eis-

Mischung herstellbare Temperatur (-17,7 °C). Für den Gefrierpunkt des Wassers wählte er 32°F. Entwickle eine Funktionsgleichung, die zu x Celsius-, y Fahrenheitgrade liefert.

- 2) Die max. Belastung eines Drahtseils beträgt:

| x [mm] | 12  | 14   | 18   | 20   | 28   |
|--------|-----|------|------|------|------|
| y [kg] | 820 | 1000 | 1500 | 2000 | 8000 |

- Skizziere den Graph. Ist es eine lineare Fkt?
- Bestimme die Belastbarkeit bei 25 mm annähernd, indem die Geradengleichung durch die Punkte A(20| 2000) und B(28|8000) bestimmt und damit der Punkt C(25|?) ermittelt wird.

## Quadratische Funktionen

- 3) Welche quadrat. Funktion hat bei Z(-2|-3) den Zentralpunkt und verläuft durch P(4|9)?
- 4) Ein Ball wird senkrecht nach oben geworfen:

| x [sek] | 0,1  | 0,2 | 0,3  | 0,4 | 0,5  | 0,6 |
|---------|------|-----|------|-----|------|-----|
| y [m]   | 3,35 | 4,8 | 6,15 | 7,4 | 8,55 | 9,6 |

- Bestimme die Funktionsgleichung.
- Wie kann man herausfinden, wie groß die Person, die den Ball abwirft, ungefähr ist?
- Ermittle, wie lange der Ball in der Luft ist.
- Wann hat er 12,5 m erreicht?

## Potenz- /Wurzelfunktionen

- 5) Skizziere die Graphen mit unterschiedlicher Farbe in jeweils ein Koordinatensystem.
- $y = x^2$ ;  $y = x^{1/2}$ ;  $y = x^4$
  - $y = x^3$ ;  $y = 1/3$
  - $y = x^{-2}$ ;  $y = x^{-1}$ ;  $y = x^1$
  - $y = x^0$ ;  $y = 5$ ;  $y = 0$
- 6) Markiere den Zentralpunkt Z und skizziere den Graph.
- $y = x^7 + 8$
  - $y = x^4 - 17$
  - $y = -8x^{18}$
  - $y = (x-6)^{54} + 1$
  - $y = (x+4)^{-4}$
  - $y = (x-5)^{-3} + 2$
  - $y = -6(x-8)^{12} + 9$
  - $y = -(x-3)^{-6} - 6$
  - $y = (x-3)^{0,5} + 4$
  - $y = (x-3)^{1/3} + 4$
- 7) Um die Leistung y [in kW] zu einer bestimmten Windgeschwindigkeit x eines Windrades vorhersagen zu können, werden folgende Werte gemessen:

| x [m/s] | 0 | 0,5   | 1 | 1,5   | 2 | 2,5    | 3  | 3,5    |
|---------|---|-------|---|-------|---|--------|----|--------|
| y [kW]  | 0 | 0,125 | 1 | 3,375 | 8 | 15,625 | 27 | 42,875 |

- Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.
  - Bei welcher Windgeschwindigkeit werden 500 kW erzeugt? Rechne um in km/h.
  - Was ist Energie? In welchen 3 Einheiten wird sie gemessen? Welche Arten gibt es? Wie wird sie berechnet? Nenne 7 Energiewandler. Was verbraucht eine Person pro Tag? Was entspricht 1 kWh? (s. Seite 20 unten)
- 8) Der Zusammenhang zwischen der Höhe h [in km] und der Umlaufzeit t [in Tagen] eines Satelliten lautet
- $$h = 42.070 \cdot t^{2/3} - 6.370$$
- In welcher Höhe muss ein Satellit stationiert werden, damit seine Erdumlaufzeit 0, 1, 2, 3 bzw. 4 Tage beträgt?
  - Für die Nachrichten- und Fernsehübermittlung werden geostationäre Satelliten benötigt. In welcher Höhe müssen diese Satelliten stationiert werden?
  - Wie lange dauert ein Umlauf eines Satelliten, der 10.000 km über dem Äquator fliegt?

- 9) Um die Schwingungsdauer [in sek] eines Fadenpendels in Abhängigkeit zur Fadenlänge [in m] zu untersuchen, misst man folgende Werte:

| x [m]   | 0     | 0,5   | 1     | 1,5   | 2     | 2,5   | 3     | 3,5   |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| y [sek] | 0,000 | 1,414 | 2,000 | 2,449 | 2,828 | 3,162 | 3,464 | 3,742 |

|  | 4     | 4,5   | 5     | 5,5   | 6     | 6,5   | 7     | 7,5   | 8     |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|  | 4,000 | 4,243 | 4,472 | 4,690 | 4,899 | 5,099 | 5,292 | 5,477 | 5,657 |

- a) Zeichne die Graphen und stelle eine Vermutung über die zugrundeliegende Funktion auf.  
b) Bestimme die Funktionsgleichung und überprüfe sie mit Hilfe der übrigen Werte.

## Exponentialfunktionen

- 10) Gib die Exponentialfunktion an und ergänze.

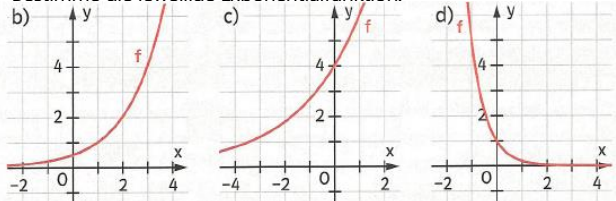
| x | y  |
|---|----|
| 0 | 15 |
| 1 | 18 |
| 2 |    |
| 3 |    |
| 4 |    |

| x | y  |
|---|----|
| 0 |    |
| 1 |    |
| 2 | 20 |
| 3 | 15 |
| 4 |    |

| x | y   |
|---|-----|
| 0 |     |
| 1 |     |
| 2 | 14  |
| 3 |     |
| 4 | 224 |

- 11) Der Holzbestand einer Waldfläche wird auf 60000 Festmeter geschätzt. Bei natürlichem Wachstum nimmt der Holzbestand jährlich um 3,5% zu. Gib die Funktionsgleichung an und bestimme, auf wie viel Festmeter der Holzbestand bei natürlichem Wachstum nach 5 Jahren anwächst. 71260
- 12) Sparkassen schenken Kindern oft zu Werbezwecken bei ihrer Geburt ein Sparguthaben von 5 €. 115,25|17,67  
a) Auf wie viel € würde dieses Guthaben anwachsen, wenn es sich bis zum 80. Geburtstag mit Durchschnittlich 4% verzinst. Gib die entsprechende Funktionsgleichung an.  
b) Berechne die Verdoppelungszeit des Kapitals.
- 13) Salmonellen vermehren sich unter bestimmten Bedingungen exponentiell. Anfangs befinden sich in einem Liter Fleischextrakt 100 Salmonellen, drei Stunden später etwa 32000. Gib die zugrundeliegende Funktionsgleichung an. Mit welchem Faktor wächst die Anzahl stündlich? 6,84
- 14) Die Mieten für die Wohnungen in der Hauptstraße 13 werden jährlich um 2,5% erhöht. Herr Schmitt zahlt heute 450€, Familie Müller 600€ Monatsmiete.  
a) Gib die beiden Funktionsgleichungen an. 388,03  
b) Wie hoch war die Miete vor 6 Jahren? 4,39  
c) Wann wird sich die Miete verdoppelt haben?

- 15) Bestimme die jeweilige Exponentialfunktion.



- 16) Bestimme jeweils eine exponentielle Funktionsgleichung, die durch A und B geht (bei einer Teilaufgabe ist das nicht möglich, verwende dort einen anderen Funktionstyp).  
a) A(0|2); B(1|6)      b) A(2|6,8); B(5|9,3)  
c) A(4|30); B(12|5)      d) A(8|4,3); B(10|4,3)
- 17) Wenn der Verkaufswert eines PKWs jährlich um den gleichen Prozentsatz sinken würde, ließe sich der Wert eines Autos leicht mit einer Formel bestimmen.  $y = 25.081,75 \cdot 0,8794^x$

- a) Wie sähe die Formel für ein PKW aus, der nach 4 Jahren noch 15 000 € und nach 6 Jahren noch 11 600 € Wert ist  
b) Wie teuer war der PKW bei der Anschaffung und wann wird er noch 5 000 € wert sein? 12,55

- 18) Bei vielen Säugetieren nimmt das Gewicht nach der Geburt sehr schnell zu. Bei Katzen dauert es im Mittel 10 Tage, bis sich das Geburtsgewicht (150g) verdoppelt hat. Berechne das Gewicht des Katzenbabys nach 3, 5, 20 und 150 Tagen nach der Geburt.

- a) Mit einer exponentiellen Funktion. 185|212|602|5,1t  
b) Mit einer linearen Funktion. 195|225|450|2,4kg  
c) Ist a) oder b) realistischer? anfangs a), dann b)

- 19)

"Das Opfer wird erschossen in einer Garage (5°C) gefunden. Der Polizeiarzt misst eine Körpertemperatur von 28,2°C, eine Stunde später eine von 24,5°C."

Die Temperatur eines abkühlenden Körpers lässt sich nach x Stunden mit der Funktion  $y = (a-c) \cdot b^x + c$  bestimmen. Für c wird dabei die Umgebungstemperatur eingesetzt.

- a) Übertrage alle bekannten Angaben in eine Wertetabelle und bestimme a und b. 28,2; 0,85  
b) Vor wie vielen Stunden geschah der Mord (37°)? 1h59min
- 20) Ein Kunde erhält von einer Bank ein Darlehen von 8 000 € zu einem Zinssatz von 8,25%. Er zahlt am Ende eines jeden Jahres 1 150 € zurück. Stelle eine Gleichung für die jährliche Restschuld auf. Bestimme mit Excel die Darlehensdauer? 884,14€ nach 11 J.

## Logarithmusfunktionen

- 21) Umkehrfunktion  
a) Was weißt du über „log“ bisher?  
b) Bestimme zu den Exponentialfunktionen in 11) – 14) die jeweilige Umkehrfunktion.  
c) Beschreibe wozu sich  $f^{-1}$  nutzen lässt.  
d) Zeichne die Graphen von f und  $f^{-1}$  jeweils.
- 22) Was haben die Graphen folgender Funktionen gemeinsam und in was unterscheiden sie sich?  
 $f(x) = \log_2 x$  |  $g(x) = \log_3 x$  |  $h(x) = \log_{10} x + 1$
- 23) Der Graph von  $f: y = \log_2 x$  steigt mit wachsenden x-Werten immer weniger.  
a) Werden die Funktionswerte der Funktion jemals größer als 10?  
b) Begründe, warum die Funktionswerte größer werden als jede Zahl, die du dir ausdenkst.
- 24) Die Intensität eines Erdbebens I kann billionenfach so energiereich sein, wie die des kleinstmöglich wahrnehmbaren  $I_0$ . Um nicht mit riesigen Zahlen hantieren zu müssen, wird (nach Charles Richter) die Erdbebenstärke nicht mit  $\frac{I}{I_0}$  sondern mit  $\log_{10} \frac{I}{I_0}$  angegeben. Ein Erdbeben hat laut Seismograph eine Intensität I, die 1.000- (bzw. 10.000- oder 1.000.000-) mal stärker ist als  $I_0$ .  
a) Berechne jeweils die Stärke des Erdbebens.  
b) Um wievielfach energiereicher als  $I_0$  ist ein Beben der Stärke 8,3?
- 25) Der größte wahrnehmbare Laut  $L_{\max}$  ist billionenfach so energiereich wie der kleinste wahrnehmbare  $L_0$ . Auch hier wird die Lautstärke daher nicht mit  $\frac{L}{L_0}$  sondern mit  $\log_{10} \left( \frac{L}{L_0} \right)$  definiert (genannt „Bel“ B). a) Um wievielfach energiereicher

sind untenstehende Geräusche im Vergleich zur Hörgrenze  $L_0$ ? b) Wandle die Bel-Werte der Tabelle um in Dezibel DB.

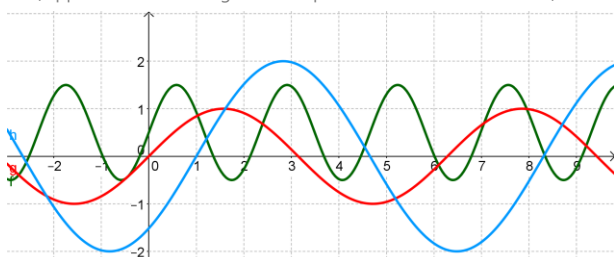
| ruhiges Atmen | Unterhaltung | Schäden langfristig | Auto-bahn | Diskotheek Kreissäge | Schäden kurzfristig | Schmerzschwelle |
|---------------|--------------|---------------------|-----------|----------------------|---------------------|-----------------|
| 1 B           | 4 B          | 8,5 B               | 9 B       | 10 B                 | 12 B                | 13 B            |

- 26) Luftdruck  $p$  und Höhe  $h$  [in km] folgen einer ähnlichen Gesetzmäßigkeit:  $h(p) = -18,4 \cdot \log_{10} \frac{p}{p_0}$ .
- a) In einem Flugzeug wird ein Außenluftdruck  $p$  gemessen, der nur 25% von dem auf der Erdoberfläche  $p_0$  beträgt. Wie hoch fliegt man?
- b) Wie "dünn" ist der Luftdruck in 6000 m Höhe?

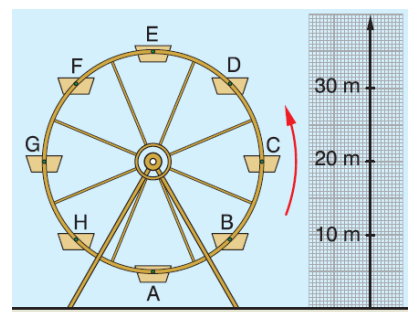
## Trigonometrische Funktionen

- 27) Winkelmaßeinheit DEG und RAD
- a) Was weißt du über  $\sin$  und  $\cos$  bisher?
- b) Skizziere  $\alpha = 1^\circ$  und  $\beta = 1^{\text{RAD}}$ .
- c) Wie lässt sich von DEG in RAD umrechnen?
- d) Wann benötigt man beim TR (i) DEG/RAD, (ii) wann die  $\sin^{-1}$ -Taste?
- e) Wann schreibt man " $\sin \alpha$ " und wann " $\sin x$ "?
- 28) Die modifizierte Grundfunktion  $y = a \cdot \sin(b(x+c)) + d$ .
- a) Zeichne  $y = \sin x$  sowie  $y = 2 \cdot \sin(5(x-3)) + 1$  und erläutere die Begriffe: Amplituden-, Verkürzungsfaktor, Periodenlänge.
- b) Wie lässt sich aus  $b$  die Periodenlänge  $p$  ermitteln?
- c) Wie groß sind die Wellenlängen von Röntgen-, Licht-, Mikrowelle-/WLAN-/Handy- und UKW-Strahlen?
- d) Welche  $\sin$ -Funktion hat folgende Eigenschaften: Amplitude (4), Periodenlänge ( $p=10$ ), Verschiebung nach rechts (1), Verschiebung nach oben (6)?
- 29) Zeichne  $y = \sin x$  und  $y = \cos x$  mit unterschiedlicher Farbe in ein Koordinatensystem.
- a) Welche Periodenlänge und Amplitude besitzen sie?
- b) Wie weit sind sie voneinander verschoben?
- c) Welche Sinusfunktion liefert dieselben  $y$ -Werte wie die Funktion  $y = \cos x$ ?

- 30) Bestimme die Gleichungen folgenden 3 Funktionsgraphen. (Tipp: Zeichne für den grünen Graph eine horizontale Hilfslinie.)



- 31) Gib eine Formel  $h(t)$  an, mit der sich die Höhe der Gondel A zu jedem Zeitpunkt  $t$  bestimmen lässt. Die Umlaufgeschwindigkeit betrage 0,5 Umdrehungen pro Min.



- 32) Johannes hat einen Tag lang den Meeres-Pegelstand abgelesen. Bestimme am Graphen annähernd die zugehörige Funktionsgleichung. (Tipp:  $c$  durch Einsetzen eines Punktes bestimmen.)

| Uhrzeit | 8   | 9   | 10  | 12  | 13  | 15  | 16  | 17  | 19  | 21  |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Pegel m | 3,7 | 2,7 | 1,6 | 0,8 | 0,8 | 2,1 | 3,1 | 3,6 | 4,3 | 3,0 |

- 33) Die Wassertiefe  $y$  [in m] zwischen dem Festland und einer vorgelagerten Insel hängt wegen der Gezeiten von der Zeit  $x$  [in Stunden nach Mitternacht] ab. Diese Tiefe kann mit der Gleichung:

$$y = 1,7 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 1 \quad \text{bestimmt werden.}$$

- a) Skizziere den Graph. Wann ist der Wasserstand genauso groß wie um Mitternacht? Wann ist der Wasserstand am höchsten?
- b) In welchem Zeitabschnitt kann man die Insel zu Fuß erreichen, wenn man durch höchstens 40cm tiefes Wasser laufen möchte?
- c) Wie müsste die Gleichung verändert werden, wenn der Meeresspiegel um 0,3 m steigt und wenn die Wellenlänge nicht 12 h sondern 12,4 h betragen würde?
- 34) Für Orte auf dem 50. Breitengrad (Mainz) wird folgende astronomische Sonnenscheindauer  $d$  [in h] im Verlauf des Jahres gemessen:

| Datum   | 22.1. | 22.2. | 22.3. | 22.4. | 22.5. | 22.6. |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d$ [h] | 8,7   | 10,3  | 12,2  | 13,9  | 15,4  | 16,2  |

|  | 22.7. | 22.8. | 22.9. | 22.10. | 22.11. | 22.12. |
|--|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
|  | 15,4  | 13,8  | 12,0  | 10,2   | 8,6    | 7,8    |

Bestimme die Funktionsgleichung, mit der man die Sonnenscheindauer für *jeden* Tag im Jahr berechnen kann. (Tipp: Das Datum durch die jeweilige Tageszahl ersetzen;  $a$ ,  $b$ ,  $d$  mit der Tabelle,  $c$  dann mit dem Juni-Wert ermitteln)

| Energie    | Bewegungsdrang der Materie (aufgrund der 4 Kräfte)                                           |                       |                         |                          |                           |                         |                                         |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------------------------|
| Formen     | potentielle                                                                                  | kinetische            | elektrische             | chemische                | Wärme-                    | Licht-                  | Kern-                                   |
| Berechnung | $E = m \cdot g \cdot h$                                                                      | $E = m \cdot 0,5 v^2$ | $E = I \cdot t \cdot U$ | $E = n \cdot \mu$        | $E = m \cdot c_p \cdot T$ | $E = N \cdot h \cdot f$ | $E = m \cdot c^2$                       |
| Wandler    | Turbine                                                                                      | Windrad               | Elektromotor            | Batterie                 | Automotor                 | Photovoltaik            | Kernkraftwerk                           |
| Verbrauch  | 3 kWh Strom (≈ 1 €)                                                                          |                       |                         | 3 kWh Nahrung            |                           |                         |                                         |
|            | 30 kWh Wärme (3 ℓ Gas)                                                                       |                       |                         | 30 kWh Auto (3 ℓ Diesel) |                           |                         | 1 Person pro Tag                        |
| Einheiten  | 1 kWh = 3,6 MJ [MWs] [NMm]                                                                   |                       |                         |                          |                           |                         | [Ws = J = Nm = kg·m·s <sup>-2</sup> ·m] |
|            | 150g Schoko, Rohöl; Windrad 6 Sek.; Photovoltaik 6 Min; 10 Lampen 1 Std.; 10 ℓ Wasser kochen |                       |                         |                          |                           |                         |                                         |

# Lösungen Analysis Klasse 10

K1)  $x^{-2}, x^{-1}, x^0, x^1, x^2, x^3, x^4, x^{0.5}, e^x, \ln x, \sin x, \cos x$

- K2) a) gesamte Gleichung +2 | alle "x" durch "x-3" ersetzen  
b) gesamte Gleichung  $\cdot (-1)$  | alle „x“ durch „-x“ ersetzen  
c) gesamte Gleichung  $\cdot 2$  | alle „x“ durch „1/3x“ ersetzen

- K3) (determinierte) Vorgänge vorherzusagen  
(1) Wertetabelle aufstellen (zwischen x und y)  
(2) Gesetzmäßigkeit herausfinden  $\rightarrow$  allg. Fkt-Gleichung  
(3) Punkte einsetzen und LGS lösen.

- K4) linearen, quadratischen, kubischen weisen in 1., 2., 3. Ebene einen konstanten Summanden auf, exponentiellen in 1. Ebene einen konstanten Faktor;  $y = 2x^2 - 1x$ ;  $y = 0,4 \cdot 8,5^x$ ;  $y = -5x + 8$

- K5) a) Wertetabelle, Graph, Gleichung  
b) f:  $y = 2x + 5$  oder  $f(x) = 2x + 5$   
c) Fkt-Gleichungen enthalten 2 Variablen (meist x und y) und diese stehen für  $\infty$  viele Zahlen, nicht für konkrete gesuchte

- K6) a) Steigung u. Achsenabschnitt direkt ablesen und einzeichnen  
b) Per quadr. Ergänzung umwandeln in Form:  $y = a(x+b)^2 + c$

- K7)  $Z(-3|-5) \rightarrow y = -(x+3)^{-1} - 5$   $Z(-2|-3) \rightarrow y = (x+2)^2 - 3$   
 $Z(-1|0) \rightarrow y = -(x+1)^{-2}$   $Z(2,5|-4) \rightarrow y = -(x-2,5)^3 - 4$   
 $Z(3|1,5) \rightarrow y = (x-3)^{-1} + 1,5$

1) 

| x [°C] | y [°F] |
|--------|--------|
| -17,7  | 0      |
| 0      | 32     |

 $\Rightarrow y = -1,8x + 32$

- 2) a) bis 20mm flache, dann steile Gerade.

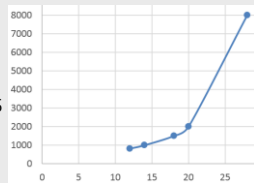
b) 

| x [mm] | y [kg] |
|--------|--------|
| 20     | 2.000  |
| 28     | 8.000  |

 $\Rightarrow y = 750x - 13.000$   
 $\Rightarrow f(25) = 5.750$

3)  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$

- 4) a)  $-5x^2 + 16x + 1,8$  b)  $f(0) = 1,8m$   
c)  $f(3,31) = 0$  d)  $f(2,248) = 12,5$   
e)  $Z(1,6|14,6)$



- 5) s. Grundfunktionen im Kernwissen

- 6) a)  $Z(0|8)$ , ungerade, wannenförmige Parabel  
b)  $Z(0|7)$ , gerade, wannenförmige  
c)  $Z(0|0)$ , gerade-wannenförmig, Steig. -8  
d)  $Z(6|1)$ , gerade, extrem wannenförmig  
e)  $Z(-4|0)$ , gerade Hyperbel  
i)  $Z(3|4)$ , gespiegelter Parabelast  
j)  $f^{-1}(x) = (x-4)^3 + 3$  gespiegelt an Wlhlb.

- 7) a)  $y = x^3$  b)  $f(7,937) \approx 500$  c) s. Tabelle auf Rückseite

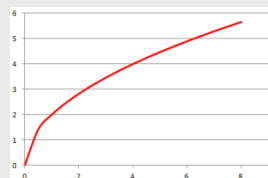
8) 

| x | y [km] |
|---|--------|
| 0 | -6.370 |
| 1 | 35.700 |
| 2 | 60.412 |
| 3 | 81.139 |
| 4 | 99.640 |

 a) s. Tabelle  
b)  $f(1) = 35.700$   
c) ca. 0,24 Tage

- 9) a) Graph  $\Rightarrow y = a\sqrt{x+b} + c$

b)  $\begin{cases} 2 = a\sqrt{1+b} \\ 4 = a\sqrt{4+b} \end{cases}$   
 $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$   
 $\Rightarrow y = 2\sqrt{x}$



- 10) a)  $y = 15 \cdot 1,2^x$  b)  $y = 17,7 \cdot 0,75^x$  c)  $y = 0,875 \cdot 4^x$

15)  $y = 2^x$  |  $y = 4 \cdot 1,5^x$  |  $y = 1 \cdot 0,2^x$

16) a)  $y = 2 \cdot 3^x$  b)  $y = 5,52 \cdot 1,11^x$  c)  $y = 73,48 \cdot 0,80^x$  d)  $y = 4,3$

20)  $R = (((8000 \cdot 1,0825 - 1150) \cdot 1,0825 - 2000) \cdot \dots - 2000$   
 $= 8000 \cdot 1,0825^x - 1150 \cdot 1,0825^{x-1} - \dots - 2000 \cdot 1,0825^0$

- 21) a)  $\log_2 100$  im Kopf;  $\log$  in Arithmetik, Algebra, Analysis

- b) zu11)  $y = \log_{1,035} \frac{x}{60.000} \rightarrow$  liefert zur m-Zahl die Jahreszahl  
zu12)  $y = \log_{1,04} \frac{x}{5} \rightarrow$  liefert zur €-Zahl die jeweilige Jahreszahl  
zu13)  $y = \log_{6,84} \frac{x}{100} \rightarrow$  liefert zur Stückzahl die Std.-Zahl  
zu14)  $y = \log_{1,025} \frac{x}{450} \rightarrow$  liefert zur €-Zahl die Jahreszahl

- c) Urspr. Graph an der Winkelhalbierenden spiegeln

- 22) g verläuft bis  $x=1$  links von f, dann unterhalb (vgl.  $y=2^x$  und  $y=3^x$ )

- 23) a)  $10 < \log_2 x \Leftrightarrow x > 2^{10}$  b)  $a < \log_2 x \Leftrightarrow x > 2^a$  für alle  $a \in \mathbb{R}$

24) a)  $\log_{10} \frac{1000}{1} = 3$  b)  $\log_{10} \frac{I}{I_0} = 8,3 \Leftrightarrow I = 199,5 \text{ Mio} \cdot I_0$

25) a)  $10|10.000|316,23 \text{ Mio}|1 \text{ Mrd.}|1 \text{ Bio.}|10 \text{ Bio.}$  b)  $8,5B = 85dB$

26) a) 11,08 km b) 47,20%

- 27) a)  $\sin 40^\circ$  ohne TR;  $\sin$  in Arithmetik, Algebra, Analysis b) ...

c) Dreisatz:  $x^\circ/3 = 360^\circ/2\pi \Leftrightarrow x = 171,^\circ$

- d) (i) Nur wenn Winkel in den TR eingegeben werden müssen (also bei den Tasten  $\sin, \cos, \tan$ ) bzw. wenn der TR Winkel ausgibt (bei den Tasten  $\sin^{-1}, \cos^{-1}, \tan^{-1}$ ) muss geprüft werden, ob der DEG- oder der RAD-Modus eingestellt ist.

- (ii) "sin 30°" liefert zu dem 30° Winkel die jeweilige G/H-Verhältniszahl; "sin<sup>-1</sup> 0,8" liefert umgekehrt zur Verhältniszahl 0,8 den Winkel des zugehörigen rechtwinkligen Dreiecks.

- d) Ist der Winkel im DEG-Maß gegeben wird i.d.R. als Variablenname  $\alpha$  gewählt, sonst x.

- 28) a) Amplitude 2 | Wellenl.  $\lambda = 1,26$  | x-Versch. +3 | y-Verschiebung +1

b) antiprop. Dreisatz:  $\lambda \cdot b = 1 \cdot 2\pi$

c)  $1 \text{ nm} \rightarrow 440 \text{ nm} \rightarrow 1 \text{ m} \rightarrow 10 \text{ m}$

d)  $y = 4 \cdot \sin(\frac{2\pi}{10}(x-1)) + 6 \approx 4 \cdot \sin(\frac{2}{3}(x-1)) + 6$

- 29) a)  $2\pi$  b)  $0,5\pi$  c)  $y = \cos x = \sin(x+0,5\pi)$

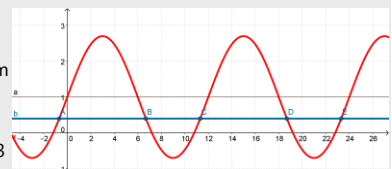
30)  $y = \sin(2,7x) + 0,5$  |  $y = 2\sin(0,86(x-1))$  |  $y = \sin(x)$

31)  $y = 15 \cdot \sin(\pi(x-0,5)) + 20$

32)  $a = (y_{\max} - y_{\min})/2 = 1,8$  |  $\lambda = (x_{\max} - x_{\min})/2 = 13 \text{ Std.} \Rightarrow b = 0,48$  |  
 $d = y_{\min} + a = 2,6$  |  $4,3 = 1,8 \cdot \sin(0,48(19+c)) + 2,6$   
 $\Rightarrow y = 1,8 \cdot \sin(0,48(x-16,45)) + 2,6$

- 33)

- a) 6:00; 12:00; 18:00  
3:00; 15:00 mit 2,70m  
b) -0,69; 11,31; 23,31;  
6,69; 18,69  
c)  $y = 1,7 \cdot \sin(\frac{2\pi}{12,4}) + 1,3$



- 34) Tage ohne Schaltjahr

| Tag   | 22  | 53   | 81   | 112  | 142  | 173  |
|-------|-----|------|------|------|------|------|
| d [h] | 8,7 | 10,3 | 12,2 | 13,9 | 15,4 | 16,2 |

|  | 203  | 234  | 265  | 295  | 326 | 356 |
|--|------|------|------|------|-----|-----|
|  | 15,4 | 13,8 | 12,0 | 10,2 | 8,6 | 7,8 |

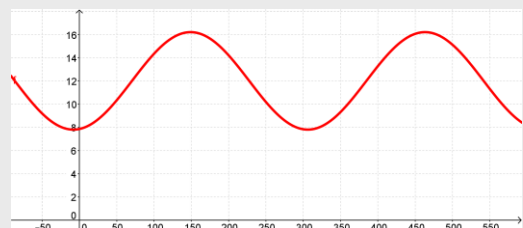
Amplitude:  $a = 0,5 \cdot (16,2 - 7,8) = 4,2$

Wellenlänge:  $\lambda = 365,24 \Rightarrow b \cdot 365,24 = 1 \cdot 2\pi \Leftrightarrow b = 0,0172$

y-Verschiebung:  $d = a + y_{\min} = 12$

x-Verschiebung:  $16,2 = 4,2 \cdot \sin(0,0172 \cdot (173+c)) + 12$ ;  $c = -81,69$

$\Rightarrow y = 4,2 \cdot \sin(0,0172(x - 81,69)) + 12 \approx 4,2 \cdot \sin(0,02x - 1,41) + 12$



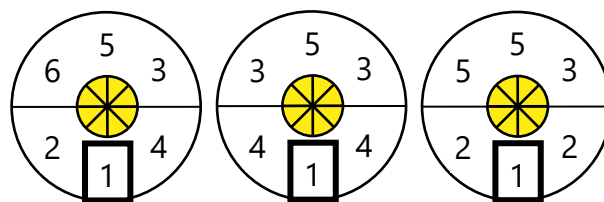
# Stochastik Klasse 8-10

## Einfache Bäume

- 1) Wie groß ist die Wk, dass beim Werfen von 2 Würfeln
  - a) Pasch 6 erscheint? 2,78%
  - b) irgendein Pasch erscheint? 16,67%
  - c) kein Pasch erscheint? 83,33%
  - d) wenigstens eine 6 erscheint? 30,55%
- 2) Fünf Freunde machen einen Ausflug nach Helgoland. Ehe sie nachmittags wieder das Schiff besteigen können, müssen sie zunächst durch die Zollkontrolle. Zwei von ihnen, Peter und Udo, haben zu viele Zigaretten mitgenommen, die anderen haben keine Schmuggelware dabei. "Natürlich" haben alle fünf, als sie vom Zollbeamten gefragt werden, "nichts zu verzollen". Daraufhin wählt der Zollbeamte auf Gutglück (alle sehen gleich ehrlich aus!) zwei von ihnen aus, um sie genauer zu kontrollieren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zollbeamte
  - a) beide Schmuggler erwischt? 10%
  - b) keinen Schmuggler erwischt? 30%
  - c) genau einen Schmuggler erwischt? 60%
  - d) wenigstens einen Schmuggler erwischt? 70%
- 3) Eine Münze wird zweimal geworfen. Mit welcher Wk
  - a) liegt die Münze beide Male auf derselben Seite? 50%
  - b) erhält man 2-mal Wappen? 25%
- 4) In einer Urne befinden sich eine schwarze, zwei rote und drei weiße Kugeln. Es sollen zwei Kugeln gleichzeitig herausgenommen werden. Wie groß ist die Wk,
  - a) 2 schw., rote bzw. 2 weiße Kugeln zu ziehen? 0%; 6,6%; 20%
  - b) dass beide gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben?
  - c) Wie ändert sich die Lösung bei a) und b), wenn man „mit Zurücklegen“ zieht? 26,6% | a) 2,77%; 11,11%; 25%; b) 38,88%

— **Ab hier nur noch die interessierenden Pfade zeichnen.** —

- 5) Ein Tanzkurs besteht aus 3 Mädchen und 2 Jungen. In einem Kasten liegt für jeden Schüler ein Zettel mit seinem Namen. Ich entnehme gleichzeitig 2 Zettel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich dabei ein Mädchen und einen Jungen ziehe? 60%
- 6) Aus einer Urne mit fünf schwarzen, einer roten und drei weißen Kugeln werden zwei Kugeln gleichzeitig gezogen. Wie groß ist die Wk, dass
  - a) genau 2 Kugeln schwarz sind? 27,8%
  - b) beide Kugeln die gleiche Farbe haben? 36,11%
  - c) die gezogenen Kugeln verschiedene Farben haben?
  - d) Genau eine Kugel weiß ist? 66,66%; 50%
- 7) Wie groß sind die Wkn bei der vorhergeh. Aufgabe, wenn man mit Zurücklegen zieht? 0,3086|0,4321|0,5679|0,4444
- 8) In einer Gruppe von 30 Touristen sind fünf Schmuggler. Ein Zöllner kontrolliert nacheinander drei dieser Touristen. Wie groß ist die Wk, dass
  - a) nur der dritte Kontrollierte ein Schmuggler ist
  - b) zwei der Kontrollierten Schmuggler sind? 12,32%; 6,16%
- 9) Ein Glücksspielautomat besteht im Wesentlichen aus den drei Rädern, die durch Einwurf z.B. einer 50-Ct-Münze in Bewegung gesetzt werden können und nach einer gewissen Zeit anhalten. Von Bedeutung (für den Gewinn) sind die dann in den "Fenstern" befindlichen Zahlen.



- a) Mit welcher Wk erhält man genau 2-mal "5"? 11,11%
- b) Mit welcher Wk erhält man wenigstens 2-mal die "5"?
- c) Wie viel Versuchsausgänge gibt es insgesamt? Wie viel verschiedene gibt es? 12,03%; 216; 96
- 10) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei fünf Würfeln mit jeweils 2 Würfeln mind. einen Pasch zu erzielen? 59,81%
- 11) Eine Neuigkeit wird von Mund zu Mund verbreitet; man kann davon ausgehen, dass der Inhalt in 10% aller Fälle verfälscht wird.
  - a) Wie groß ist die Wk, dass die Neuigkeit zehnmal nacheinander richtig weiter erzählt wird? 34,87%
  - b) Nach wie viel Weitermeldungen beträgt die Wk, dass die Nachricht noch stimmt, weniger als 50%? <6,58-mal
- 12) Ein Ehepaar hat 5 Töchter und keinen Sohn. Wie wahrscheinlich ist dieses Ereignis, wenn man voraussetzt, dass die Geburt einer Tochter und eines Sohnes gleichwahrscheinlich ist? 3,13%

## Mammutbäume

- 13) Nenne 3 (der 4) Anordnungsmöglichkeiten der Kombinatorik (erläutere die jeweilige Abzählstrategie)?
- 14) Wie groß ist die Wk, im Lotto
  - a) genau 6 Richtige zu haben? 0,00000715%
  - b) genau 4 Richtige zu haben? 0,00708%
- 15) Wie groß ist die Wk, beim Skat (10 aus 32 Karten) alle 4 Bauern zu erhalten? 0,58%
- 16) In einer Urne liegen 2 rote und 3 weiße Kugeln. Wie groß ist die Wk, durch 15-maliges Ziehen genau 9 weiße Kugeln zu erhalten? 20,66%
- 17) Wie groß ist die Wk, aus einem Gefäß mit 7 roten, 9 blauen und 5 grünen Kugeln 3 blaue, 4 rote und 2 grüne ohne Zurücklegen zu ziehen? 10%
- 18) Wie viele Autokennzeichen kann eine Zulassungsstelle vergeben, wenn jedes Kennzeichen aus genau 2 Buchstaben und genau 3 Ziffern besteht (nach Ortskennz.)? 26·27·999
- 19) Wie viele "Wörter" (auch sinnlose) kann man aus dem Wort STUFE durch Vertauschen der Buchstaben erhalten? 120
- 20) In einer Stadt mit 200 000 Einwohnern besitzt jeder dritte ein Telefon. Die Telefonnummern bestehen aus den Ziffern 0 bis 9, wobei die 0 nicht als erste Ziffer vorkommen darf. Wie viele Stellen müssen die Telefonnr. mindestens haben? > 4,87
- 21) Wie viele 6-stellige Telefonnummern gibt es? Wie viele davon bestehen aus ausschließlich ungeraden Ziffern? 900.000; 15625
- 22) Frau Mayer hat 4 Kleider, 9 Hüte und 10 Paar Schuhe.

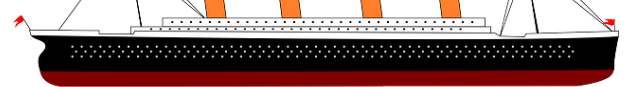
- a) Auf wie viel Arten kann sie sich kleiden, wenn sie ein Kleid, einen Hut und ein Paar Schuhe tragen muss? 360; 550
- b) Wie ist es im Urlaub am Badestrand, wo das Tragen eines Kleidungsstückes freiwillig ist? 360; 550
- 23) Aus den 26 Buchstaben des Alphabets wird ein "Wort" aus 5 Buchstaben mit Zurücklegen gebildet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- a) enthält es genau 2 Vokale? 19,49%
- b) enthält es mindestens 1 Vokal? 65,63%
- c) enthält es mindestens ein B? (nicht B-e-e-e-e) 17,81%
- d) beginnt es mit A und endet mit B? 0,15%
- e) \*beginnt es mit A und enthält B? wie c) 0,627%
- 24) Aus dem Wort SCHULZEIT werden per Zufall 4 Buchstaben herausgegriffen (ohne Zurücklegen) und so ein neues "Wort" gebildet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- a) enthält es nur Konsonanten? 19,75%
- b) beginnt es mit einem Vokal? 33,33%
- c) enthält es die drei Vokale? 4,76%
- d) enthält es das S? 44,44%
- e) beginnt es mit T und erhält es das S? 4,17%
- f) beginnt und endet es mit einem Konsonant? 41,67%
- 25) Mit einem Würfel werden 7-stellige Zahlen erwürfelt (1.Wurf Millionenstelle, 2.Wurf Hunderttausenderstelle...). Mit welcher Wk
- a) ist die Zahl gerade, 50%
- b) beginnt und endet die Zahl mit 6, 2,78%
- c) ist nur die Einerstelle mit 6 besetzt, 5,58%
- d) kommt 6 genau einmal vor, 39,07%
- e) kommt 6 mindestens einmal vor? 72,09%
- 26) Skat wird mit 32 Karten gespielt. Jeder Spieler erhält 10 Karten ("Blatt"). Die restlichen beiden Karten bilden den Skat. Mit welcher Wk enthält das Blatt eines bestimmten Spielers
- a) alle Buben, 0,58%
- b) keinen Buben und kein As, 3,04%
- c) mindestens 3 Buben, 7,93%
- d) alle Herz, 0,00043%
- e) alle Karten einer Farbe, also: ♣, ♠, ♥, ♦ 0,0017%
- 27) Eine Münze wird 12mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man
- a) beim ersten und letzten Wurf "Zahl", 25%
- b) den ersten und letzten Wurf gleich, 50%
- c) die ersten drei Würfe gleich, 25%
- d) höchstens dreimal "Zahl", 7,30%
- e) mindestens zehnmal "Zahl"? 1,93%
- 28) Eine Familie hat 5 Kinder. Gesetzt den Fall, die Wahrscheinlichkeit für einen Sohn und eine Tochter sind gleich, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann
- a) das erste und letzte Kind ein Sohn, 25%
- b) haben das 1. u. letzte Kind das gleiche Geschlecht, 50%
- c) sind die ersten zwei Kinder Söhne, 25%
- d) sind nur die ersten zwei Kinder Söhne, 31,25%
- e) sind genau zwei Kinder Söhne, 31,25%
- f) sind mindestens zwei Kinder Söhne, 81,25%
- g) sind höchstens zwei Kinder Söhne? 50%
- 29) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Frau Glück beim Lotto-Spiel (ohne Superzahl)
- a) nur eine richtige Zahl, 41,30%
- b) genau vier richtige, 0,097%
- c) mindestens vier richtige, 0,099%
- d) mehr als vier richtige, 0,002%
- e) alle sechs richtig? 0,000007%

## Bedingte Bäume

- 30) In der Tabelle sind die Überlebenszahlen beim Untergang der Titanic (1912) angegeben. Bestimmen Sie die Überlebenswahrscheinlichkeit P.

- a)  $P(\text{allen}), P(1.Kl), P(2.Kl), P(3.Kl), P(\text{Be})$  0,32; 0,62; 0,41; 0,23
- b)  $P(\text{Kind}), P(\text{Frau}), P(\text{Mann})$  0,52; 0,74; 0,20
- c)  $P_{1.Kl}(\text{Mann}), P_{2.Kl}(\text{Mann}), P_{3.Kl}(\text{Mann}), P_{\text{Be}}(\text{Mann})$  0,32; 0,08; 0,16

|        |           | überlebt | vermisst | gesamt |
|--------|-----------|----------|----------|--------|
| Kinder | 1. Klasse | 6        | 0        | 6      |
|        | 2. Klasse | 24       | 0        | 24     |
|        | 3. Klasse | 27       | 52       | 79     |
| Frauen | 1. Klasse | 140      | 4        | 144    |
|        | 2. Klasse | 80       | 13       | 93     |
|        | 3. Klasse | 76       | 89       | 165    |
|        | Besatzung | 20       | 3        | 23     |
| Männer | 1. Klasse | 57       | 118      | 175    |
|        | 2. Klasse | 14       | 154      | 168    |
|        | 3. Klasse | 75       | 387      | 462    |
|        | Besatzung | 192      | 693      | 885    |
| gesamt |           | 711      | 1513     | 2224   |



- 31) Bei einer Röntgenreihenuntersuchung werden 300 Männer, 100 Frauen und 600 Kinder auf Tuberkulose untersucht. 1% der Männer, 2% der Frauen und 0,5% der Kinder sind dabei Tbc-krank. Bestimme alle Wkn des umgekehrten Baums.  
 $P(Tb) = 0,8\%$ ;  $P_{Tb}(M) = 37,5$
- 32) Die Alarmanlage eines Geschäftes gibt bei einem Einbruch mit 99% Wk Alarm und – bei keinem Einbruch – mit 0,5% Fehlalarm. Die Einbruchswk in der Nacht betrage 0,001.
- a) Schätze die Wk, dass bei einem auftretenden Alarm tatsächlich ein Einbruch stattfindet?
- b) Berechne die obige Wk. Wieso widerspricht das Ergebnis unserer Intuition? 16,54%
- 33) Zur Früherkennung von Darmkrebs wird ein Test auf verstecktes Blut im Stuhl durchgeführt. Bei Darmkrebs zeigt der Test in 50% der Fälle richtigerweise ein positives Ergebnis. Allerdings wird auch, wenn kein Darmkrebs vorliegt, in 3% der Fälle fälschlicherweise ein positives Ergebnis angezeigt. Wie groß ist die Wk für einen Mann, tatsächlich an Darmkrebs erkrankt zu sein, wenn bei ihm der Test positiv ausfällt und 0,2% seiner Altersklasse an Darmkrebs erkrankt? 3,23%
- 34) Ungefähr 0,01% der Männer, von denen kein riskantes Verhalten bekannt ist, sind mit HIV infiziert. Wenn einer dieser Männer das Virus in sich hat, beträgt die Wk 99,9%, dass der HIV-Test bei ihm positiv ausfällt (Sensitivität). Wenn der Betreffende nicht infiziert ist, beträgt die Wk 99,99%, dass der Test bei ihm negativ ausfällt (Spezifität).
- a) Wie groß ist die Wk, dass eine positiv getestete Person tatsächlich erkrankt ist? 49,98%
- b) Wie groß ist die Wk, dass eine negativ getestete Person trotzdem krank ist? 0,00001%
- c) Ein Mann gehört einer Risikogruppe an, von der bekannt ist, dass in ihr jeder hundertste an HIV infiziert ist. Wie groß ist die Wk, dass ein positiv getesteter einer solchen Gruppe tatsächlich erkrankt ist? 99%
- 35) In einer Klinik sind 20% der Patienten Raucher, 5% der Patienten Diabetiker und 2% Raucher und Diabetiker.
- a) Wie groß ist die Wk, dass ein zufällig angesprochener Diabetiker ein Raucher ist? a=40%

- b) Im Garten der Klinik wird ein rauchender Patient angesprochen. Wie groß ist die Wk, dass er Diabetes hat? 10%
- c) Irgendein Patient wird angesprochen, Wie groß ist die Wk, dass er weder Raucher noch Diab. ist?  $c=96,25\%/77\%$
- d) \*Hängen beide Ereignisse voneinander ab? Ja,  $P_R(D) \neq P(D)$

36) Ziegenproblem ([www.stayorswitch.com](http://www.stayorswitch.com))

- a) Was versteht man darunter? 66,66% bzw. 33,33%
- b) Wie groß ist die Wk, dass ein "Immer-Wechsler" bzw. dass ein "Nie-Wechsler" das Auto gewinnt?

37) Eine Grippewelle kündigt sich an. Ohne Impfung erkrankt man mit Wk 0,05. Hat man sich impfen lassen, so verringert sich das Risiko auf 0,002. 10% der Bevölkerung wurden geimpft. 4,52%; 0,20%; 0,44%

- a) Welcher Anteil der Bevölkerung wird erkranken?
- b) Welcher Anteil der Geimpften wird erkranken?
- c) Welcher Anteil der Erkrankten ist geimpft?

38) Auf einem Flughafen werden die aufgegebenen Gepäckstücke unabhängig voneinander auf ein Förderband belegt. Die Wk, dass ein Gepäckstück das Ziel München hat, sei 25%. 1% aller Gepäckstücke werden fehlgeleitet; von den fehlgeleiteten Gepäckstücken haben 20% das Ziel München. Mit welcher Wk wird demnach ein Gepäckstück, das das Ziel München hat, richtig weitergeleitet? 99,2%

39) Eine Schule hat insgesamt 840 Schüler, 460 Jungen und 380 Mädchen. In der folgenden Tabelle ist festgehalten, welche Schüler Brillenträger sind, welche nicht.

|         | Brille | keine Brille | Gesamt |
|---------|--------|--------------|--------|
| Junge   | 161    | 299          | 460    |
| Mädchen | 133    | 247          | 380    |
| Gesamt  | 294    | 546          | 840    |

Berechnen Sie die Wkn:  $P(B)$ ,  $P(J)$ ,  $P(B|J)$ ,  $P(J|B)$ . Dabei steht B für das Ereignis "ein zufällig ausgewählter Schüler ist Brillenträger" und J das Ereignis "ein zufällig ausgewählter Schüler ist ein Junge". 35; 54,8; 19,18; 19,18

